

07

Université Kasdi Merbah Ouargla
Faculté des sciences appliquées
Département d'hydraulique et de Génie civil

1^{er} master ressource hydrique

EMD : écoulement a surface libre

Exercice N°01:

Soit un canal rectangulaire de largeur b et de profondeur H , toutes deux non fixées.

1. Montrer que le rayon hydraulique pour cet écoulement uniforme, donnant le profil de la section la plus avantageuse vaut la moitié de la hauteur de charge h .

2. Application numérique :

2.1. Calculer la pente i d'un canal rectangulaire pour un débit maximal de $11.3 \text{ m}^3/\text{s}$ d'eau à la vitesse moyenne $V=1,8 \text{ m/s}$ si le coefficient de Chezy 66

2.2 . Que devient la pente de ce canal si sa largeur vaut trois fois sa profondeur ?

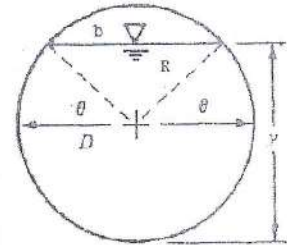
Exercice N°02:

1. Rappeler la condition du régime critique pour un débit volumique Qv constant et pour un tirant d'eau y variable.

2. Soit le schéma d'une conduite circulaire de rayon R , de hauteur de tirant d'eau y .

Monter que la pente critique s'écrit :

$$i_{cr} = \frac{g \pi + 2\theta}{c^2 2 \cos \theta}$$



Exercice N°03:

Un canal rectangulaire 10 m de large se compose de 3 tronçons. Le premier a une pente I_1 , le deuxième a une pente $I_2 = 0,02$ et le fond du troisième est horizontal. Le canal est en béton avec un coefficient de rugosité de Manning de $0,0133$. Le débit étant de $100 \text{ m}^3/\text{s}$.

1. Calculer la profondeur et la pente critiques de ce canal.

2. Si la profondeur uniforme dans le 1er tronçon est 5 m, Quel est le régime d'écoulement dans ce tronçon? Calculer son nombre de Froude.

3. Quel est le régime d'écoulement dans le 2ème tronçon ? Calculer son nombre de Froude.

07

Université Kasdi Merbah Ouargla
Faculté des sciences appliquées
Département d'hydraulique et de Génie civil

1^{er} master ressource hydrique

Correction EMD : écoulement a surface libre

Exercice N°01:

Soit un canal rectangulaire de largeur b et de profondeur H , toutes deux non fixées.

1. Montrer que le rayon hydraulique pour cet écoulement uniforme, donnant le profil de la section la plus avantageuse vaut la moitié de la hauteur de charge h .

2. Application numérique :

2.1. Calculer la pente i d'un canal rectangulaire pour un débit maximal de $11.3 \text{ m}^3/\text{s}$ d'eau à la vitesse moyenne $V=1,8 \text{ m/s}$ si le coefficient de Chezy 66

2.2 . Que devient la pente de ce canal si sa largeur vaut trois fois sa profondeur ?

1. On peut écrire

$$S = b \cdot H$$

$$B = b + 2H$$

Ce qui donne pour le périmètre mouillé :

$$B = 2 \cdot H + \frac{S}{H}$$

Pour une section d'écoulement donnée, le périmètre mouillé est minimal (section la plus avantageuse) si :

$$\frac{dB}{dH} = 0$$

C'est-à-dire

$$\frac{dB}{dH} = 2 - \frac{S}{H^2} = 0$$

Autrement dit :

$$s = 2 \cdot H^2$$

Comme $S = b \cdot H$

Le périmètre mouillé est minimal pour :

$$b = 2 \cdot H$$

Les éléments géométriques de ce profil sont donnés par le rayon hydraulique :

$$R_h = \frac{S}{B} = \frac{b \cdot H}{b + 2 \cdot H} = \frac{2 \cdot H^2}{4 \cdot H} = \frac{H}{2}$$

4

2. Application numérique

2.1. La formule de Chezy s'écrit :

$$i = \frac{V^2}{C^2 R_h}$$

Le rayon hydraulique correspondant au débit maximal vaut $H/2$. Avec H déduite du débit volumique :

$$Q_p = S \cdot V = 2 \cdot H^2 \cdot V$$

C'est-à-dire $H = \sqrt{\frac{Q_v}{2.1.7}} = \sqrt{\frac{11.3}{2.1.8}} = 1,77 \text{ m}$

D'où $R_h = 0,886 \text{ m}$

Ainsi :

$i = \frac{1,8^2}{66^2 \cdot 0,886} = 8,4 \cdot 10^{-4}$

2.2. Si $b=3.H$

On a $B = 5H$ et $S = 3.H^2$

Qui donne $R_h = \frac{3}{5} H$

1,5

La nouvelle profondeur déduite du débit volumique vaut :

$H = 1,446 \text{ m} \rightarrow R_h = 0,857 \text{ m}$

Ce qui donne pour la pente :

$i = \frac{1,8^2}{66^2 \cdot 0,857} = 8,57 \cdot 10^{-4}$

1,5

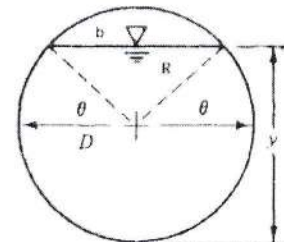
Exercice N°02:

1. Rappeler la condition du régime critique pour un débit volumique Q_v constant et pour un tirant d'eau y variable.

2. Soit le schéma d'une conduite circulaire de rayon R , de hauteur de tirant d'eau y .

Monter que la pente critique s'écrit :

$$i_{cr} = \frac{g \pi + \theta}{c^2 2 \cos \theta}$$



Solution

1. La condition du régime critique pour un débit volumique Q_v constant et pour un tirant d'eau y variable est donnée par la relation :

$$\frac{Q_c^3 \cdot b}{g \cdot S^3} = 1 : b = \text{largeur de la surface libre} ; S = \text{section d'écoulement}$$

2. La pente critique i_{cr} ($y = y_{cr}$) s'écrit en fonction des éléments hydrauliques de l'écoulement :

$$Q_v = V \cdot S = C \cdot \sqrt{R_h} \cdot \sqrt{i} \cdot S$$

$$i = \frac{Q_v^2}{C^2 \cdot S^2 \cdot R_h}$$

i_{cr} est tirée de la condition critique précédente $\left\{ Q_c^3 = \frac{g \cdot S^3}{b} \right\}$:

$$i_{cr} = \frac{g \cdot S^3}{b \cdot C^2 \cdot S^2 \cdot R_h} = \frac{g \cdot S}{b \cdot C^2 \cdot R_h}$$

Avec : $b = 2 \cdot R \cdot \cos \theta$

3. Comme le rayon hydraulique R_h est donné par $R_h = \frac{S}{P}$:

Avec $S = \pi \cdot R + 2R\theta = R(\pi + 2\theta)$

La relation de i_{cr} devient avec $\frac{S}{R_h} = P$

$$i_{cr} = \frac{g \cdot S}{b \cdot C^2} = \frac{g \cdot R (\pi + 2\theta)}{2R \cdot C^2 \cdot \cos \theta}$$

$$i_{cr} = \frac{g}{C^2} \cdot \frac{\pi + 2\theta}{2 \cdot \cos \theta} = \frac{g}{C^2} \cdot f(\theta)$$

Exercice N°03:

Un canal rectangulaire 10 m de large se compose de 3 tronçons. Le premier a une pente i_1 , le deuxième a une pente $i_2 = 0,02$ et le fond du troisième est horizontal. Le canal est en béton avec un coefficient de rugosité de Manning de 0,0133. Le débit étant de 100 m³/s.

1. Calculer la profondeur et la pente critiques de ce canal.
2. Si la profondeur uniforme dans le 1er tronçon est 5 m, Quel est le régime d'écoulement dans ce tronçon? Calculer son nombre de Froude.
3. Quel est le régime d'écoulement dans le 2ème tronçon ? Calculer son nombre de Froude.

1- Profondeur et pente critiques du canal :

$$\frac{BQ^2}{gS^3} = 1 \Rightarrow \frac{BQ^2}{g} = S^3 \Rightarrow \frac{BQ^2}{g} = (Bh_c)^3 \Rightarrow h_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{B^2g}} = \sqrt[3]{\frac{100^2}{10^2 \times 9,81}} = 2,17 \text{ m}$$

$$I_c = \frac{n^2 g S_c}{R_{hc}^3 B_c} \quad \text{et} \quad R_{Hc} = \frac{S_c}{B_c + 2h_c} = \frac{By_c}{B + 2h_c} = \frac{10 \times 2,17}{10 + 2 \times 2,17} = 1,51 \text{ m}$$

$$I_c = \frac{0,0133^2 \times 9,81 \times 10 \times 2,17}{1,51^3 \times 10} = 2,17 \times 10^{-3}$$

2- Régime et nombre de Froude dans le tronçon 1 :

$$h_c = 2,17 \text{ m} \quad \text{et} \quad h_1 = 5 \text{ m} \Rightarrow h_1 > h_c \Rightarrow \text{Régime fluvial}$$

$$F_{r1} = \sqrt{\frac{B Q^2}{g S^3}} = \sqrt{\frac{10 \times 100^2}{9,81 \times (10 \times 5)^3}} = 0,28$$

3- Régime et nombre de Froude dans le tronçon 2 :

$$I_c = 2,17 \times 10^{-3} \quad \text{et} \quad I_2 = 0,02 \Rightarrow I_2 > I_c \Rightarrow \text{Régime torrentiel}$$

$$F_{r2} = \sqrt{\frac{B Q^2}{g S^3}} = \sqrt{\frac{B Q^2}{g (Bh_2)^3}} = \sqrt{\frac{Q^2}{g B^2 h_2^3}} = \frac{Q}{By_2} \sqrt{\frac{1}{gh_2}}$$