UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA
FACULTE DES SCIENCES APPLIQUEE
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE
Master II Fabrication Mécanique et Productique

Correction d'examen

Mécanique de la rupture et fatigue

Questions de cours (06 points)

1. Définir les termes suivants :

1 La rupture d'un matériau est la séparation, partielle ou complète, en deux ou plusieurs pièces sous l'action d'une contrainte.

1 Une courbe SN est une tracé de l'amplitude d'une contrainte alternative par rapport au nombre de cycles à la défaillance pour un matériau donné.

2. Une courbe SN peut contenir plusieurs zones différentes: une zone plastique, une zone élastique et une zone de vie infinie. 1,5

3. Les facteurs affectant la durée de vie de la fatigue sont : 2,5
   - La valeur de contrainte de traction
   - L'amplitude de la variation de la contrainte,
   - Le nombre de cycles.
   - La géométrie et les aspects micro-structurels
   - La concentration des contraintes
   - Les contraintes résiduelles peuvent également jouer un rôle.

Exercice 1 (06 points)

Les facteurs d'intensité de contrainte pour les deux modes I et II sont, dans le cas où b>>a :

$$K_I = \sigma \sin^2 \beta \sqrt{\pi a} \quad 1$$

$$K_{II} = \sigma \sin \beta \cos \beta \sqrt{\pi a} \quad 1$$

Dans le cas ici étudié ,ces valeurs sont à multiplier par un facteur de correction tenant compte de la largeur de la plaque :

$$f\left(\frac{a^*}{b}\right) = \frac{1 - 0,5\frac{a^*}{b} + 0,37\left(\frac{a^*}{b}\right)^2 - 0,044\left(\frac{a^*}{b}\right)^3}{\sqrt{1 - \left(\frac{a^*}{b}\right)}}$$

a*désigne ici la projection de a sur la normale à la ligne de chargement, c'est –à-dire

$$a^* = a \sin \beta = 0,03 * \frac{1}{2} = 0,015m$$

Ceci donne :

$$K_I = \sigma\left(\frac{1}{2}\right)^2 \sqrt{\pi \times 0,03} f\left(\frac{a^*}{b}\right) = 0,078\sigma$$ 1

$$K_{II} = \sigma \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{\pi \times 0,03} f\left(\frac{a^*}{b}\right) = 0,135\sigma$$ 1

$$f\left(\frac{a^*}{b}\right) = 1,012$$ 1

$$\left(\frac{K_I}{K_{IC}}\right)^2 + \left(\frac{K_{II}}{2K_{IC}}\right)^2 = \left(\frac{0,078}{27,5}\right)^2 \sigma^2 + \left(\frac{0,135}{2\times 27,5}\right)^2 \sigma^2 = 1 \Rightarrow \sigma = 266,59 \quad MPa$$ 1

La pièce se rompra sous une contrainte de 266,59 MPa.

Exercice 3 (08 points)

1. **Propagation possible de la fissure ?**

Répondez par **Oui** *ou* **Non** *et justifiez votre réponse quantitativement :*

La variation du facteur d'intensité de contrainte Δ**K**, associé à cette fissure initiale, est égale à :

$$\Delta K = \alpha \Delta\sigma \sqrt{\pi a} = \alpha(\sigma_{max} - \sigma_{min})\sqrt{\pi a}$$

avec σ_{max} = 300 MPa (tir du canon) et σ_{min} = 0 (canon au repos).
Puisque α = 1,2 et **a** = 0,5 mm, on obtient ainsi :

$$\Delta K = \alpha(\sigma_{max} - \sigma_{min})\sqrt{\pi a} = 1,2 \mathrm{x} 300\sqrt{\pi \mathrm{x} 0,0005} = 14,27 \text{ MPa.m}^{1/2}$$ 1

On constate que cette valeur est supérieure au seuil de propagation en fatigue d'une fissure dans cet acier (ΔKS = 10 MPa.m½). Dès la mise en service du canon, il y aura donc propagation progressive de la fissure à chaque tir du canon.

OUI

1

2. **Profondeur critique a* de la fissure entraînant la rupture brutale (apparemment fragile)**

Justification :

Le facteur maximum d'intensité de contrainte, associé à cette fissure initiale, est égal à :

$$K = \alpha\sigma_{max}\sqrt{\pi a}$$

avec σ_{max} = 300 MPa (tir du canon)

Quand **K** = **K**$_{IC}$, il y a rupture brutale (apparemment fragile) du matériau. On en déduira ainsi la longueur critique

a* pour laquelle se produira la rupture :

$$a^* = \frac{1}{\pi}\left(\frac{K_{IC}}{\alpha\sigma_{max}}\right)^2$$ 1

Puisque α = 1,2, σ_{max} = 300 MPa et **K**$_{IC}$ = 125 MPa.m½, on obtient ainsi :

a* = 38,4 mm

1

3. **Rapport R du chargement en fatigue**

Justification :

Par définition, **R** = $\sigma_{min}/\sigma_{max}$. 1

Puisque σ_{max} = 300 MPa (tir du canon) et σ_{min} = 0 (canon au repos), la valeur de **R** est égale à 0 (zéro).

R = 0

1

4. **Durée de vie du en fatigue du fût du canon**

Justification :

Relation de Paris : $da/dN = C\Delta K^n$ (1)

Variation du facteur d'intensité de contrainte Δ**K** : $\Delta K = \alpha\Delta\sigma\sqrt{\pi a} = \alpha\sigma_{max}\sqrt{\pi a}$ (2)

En combinant les éq. (1) et (2) et en séparant les variables **a** et **N**, on obtient :

$$dN = \frac{1}{B}\frac{da}{a^{n/2}} \qquad \text{avec} \qquad B = C\left(\alpha\sigma_{max}\sqrt{\pi}\right)^n = \text{constante}$$

(3a et 3b)

Par intégration de l'éq. 3a, on obtient le nombre **N** de cycles requis pour que la profondeur de la fissure passe de sa valeur initiale **a0** = 0,5 mm à sa valeur finale critique **a*** = 38,4 mm :

$$\left[N\right]_{a_0}^{a*} = \frac{1}{B}\int_{a_0}^{a*} a^{-n/2}da = \frac{2}{(2-n)B}\left[a^{1-n/2}\right]_{a_0}^{a*} = \frac{2}{(2-n)B}\left[(a*)^{1-n/2} - (a_0)^{1-n/2}\right]$$ 1

(4)

Ici, l'exposant de Paris **n** est égal à 2,5, donc **n/2 = 1,25.** La constante **C** est égale à $8x10^{-11}$
Avec les valeurs numériques données, on obtient ainsi :

$$B = C\left(\alpha\sigma_{max}\sqrt{\pi}\right)^n = 8x10^{-11}\left(1,2x300\sqrt{\pi}\right)^{2,5} = 8,228x10^{-4}$$

N=21528 cycles

Puisqu'il y a 10 tirs de canon par jour, donc 10 cycles de chargement en fatigue de la fissure par jour, il y aura rupture du fût du canon au bout de 2163 jours si la fissure n'a pas été détectée avant.

Durée = **2152** jours

1