

Examen final

La durée : 60 Min

La date : 23/01/2022

4

Exercice N° 1 (7 p<sup>ts</sup>) :

Un tube en U dont les branches sont très longues, de section  $s = 1 \text{ cm}^2$ , est ouvert aux extrémités. Il contient initialement de l'eau. D'un côté, on verse  $10 \text{ cm}^3$  d'huile. La différence de niveau entre les surfaces libres est  $\Delta z = 15 \text{ mm}$ .

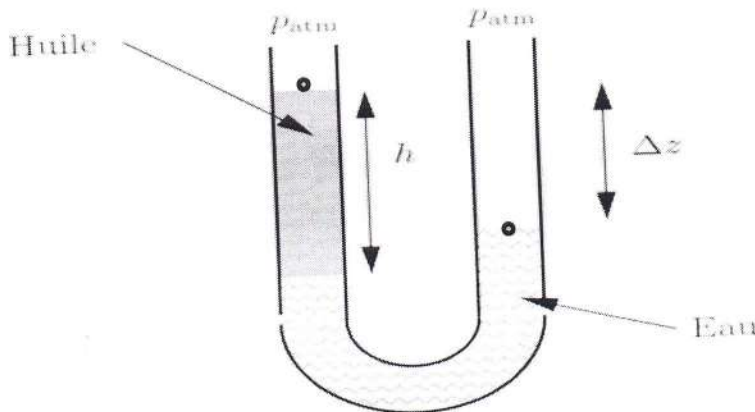


Figure 1. Un tube en U.

Calcule la densité de huile  $d_H$ .

$$d_H = \frac{\rho_H}{\rho_E} \quad (1 \text{ p}^{ts})$$

Appliquons l'équation de l'hydrostatique entre les surfaces libres de tube en U

$$p_1 + g\rho_H z_1 = p_2 + g\rho_E z_2 \quad (1 \text{ p}^{ts}) \quad \text{avec} \quad p_1 = p_2 = p_{atm} \quad (1 \text{ p}^{ts})$$

$$\text{Donc } g\rho_H z_1 = g\rho_E z_2 \quad (1 \text{ p}^{ts}) \quad d_H = \frac{\rho_H}{\rho_E} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{h - \Delta z}{h} = 1 - \frac{\Delta z}{h} \quad (1 \text{ p}^{ts})$$

Nous avons d'autre part le volume de huile est :  $V = hs$  d'où  $h = \frac{V}{s}$

$$d_H = 1 - \frac{s\Delta z}{V} \quad (1 \text{ p}^{ts})$$

A.N

$$d_H = 1 - \frac{1 \times 1.5}{10} = 0.85 \quad (1 \text{ p}^{ts})$$

Exercice N° 2 (013 p<sup>ts</sup>) :

1) Equation de continuité :  $V_1 S_1 = V_2 S_2$  D'où  $\frac{\pi D^2}{4} V_1 = \frac{\pi d^2}{4} V_2$  donc la vitesse

$$V_1 = \left(\frac{d}{D}\right)^2 V_2 \quad (1) \quad (2.5 \text{ p}^{ts})$$

2) Equation de Bernoulli :  $p_1 + \rho g z_1 + \frac{\rho}{2} V_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{\rho}{2} V_2^2$   
Or  $p_1 = p_2 = p_{atm}$  donc  $\rho g z_1 + \frac{\rho}{2} V_1^2 = \rho g z_2 + \frac{\rho}{2} V_2^2$   
$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} = g(z_1 - z_2)$$

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} = gH \quad (2) \quad (2.5 \text{ pts})$$

3) On substitue l'équation (1) dans (2) on obtient :

$$\frac{V_2^2 - \left(\left(\frac{d}{D}\right)^2 V_2\right)^2}{2} = gH$$

$$\text{Donc la vitesse } V_2 = \left(\frac{2gH}{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4}\right)^{1/2} \quad (3 \text{ pts})$$

4) Si  $\left(\frac{d}{D}\right) \ll 1$  Alors  $V_2 = \sqrt{2gH}$  AN  $V_2 = \sqrt{2} \times 9.81 \times 3 = 7.67 \text{ m/s} \quad (2.5 \text{ pts})$

5)  $Q_V = \frac{\pi d^2}{4} V_2$  AN  $Q_V = \frac{3.14 \times 0.01^2}{4} \times 7.67 = 6.024 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$   
 $Q_V = 0.6024 \text{ l} \quad (2.5 \text{ pts})$

Bonne chance.

