وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة قاصدي مرباح ورقلة
كلية العلوم التطبيقية
قسم الهندسة المدنية و الري

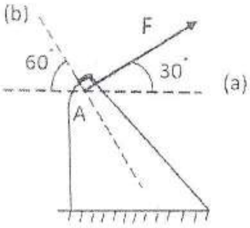
Niveau : 2ième année Licence
Spécialité : GC, TP, HYD
Module : Mécanique Rationnelle
Date : 01 /2021
Durée : 1h

المستوى:الثانية ليسانس
الاختصاص:هندسة مدنية, اشغال عمومية,الري
المقياس: ميكانيك الجسم الصلب
التاريخ:01.2021
المدة:ساعة

Examen S3

التمرين1 (4pts)

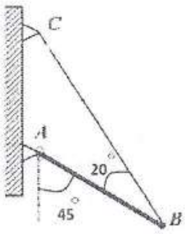
قوة F=600N مطبقة على مسند في نقطة A كما هو موضح في الصورة, نريد استبدالها بمركبتيها على المحورين a و b إستنادا على قاعدة متوازي الأضلاع.



1. مثل مركبتيها F_a و F_b واستنتج قيمة كل منهما.
2. حدد قيمة F_x إسقاط القوة F على المحور a .

التمرين2 (8pts)

عارضة وزنها 50 N طولها 2 m مثبتة على مسند مزدوج في نهايتها A الى الجدار. تميل الى الجدار بزاوية 45° مع الشاقول بواسطة حبل عديم الامتطاط ومهمل الكتلة عند نهايتها B. يشكل الحبل زاوية 20° مع العارضة.



- حدد قيمة قوة شد الحبل T وقوة رد الفعل R_A عند النقطة A .

يعطى :

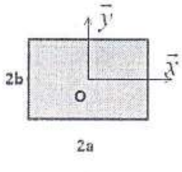
cos(a+b)=cosa cosb-sina sinb

sin(a+b) =sina cosb+cosa sinb

التمرين 3 (8pts)

أحسب قيمة مصفوفة العطالة I(O,S)(les tenseurs d'inertie)

للمعلم (o,x,y,z) لقطعة مستطيلة الشكل كتلتها m طولها 2a وعرضها 2b .



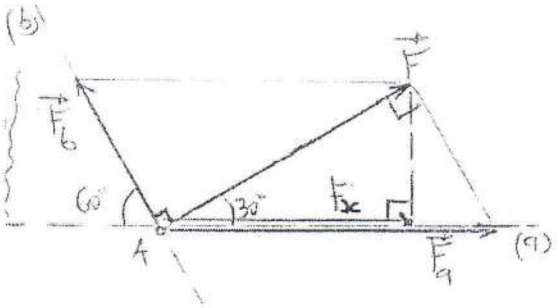
علما أن :

$$m = \int dm = \int \sigma dxdy$$

Solution et baréme de l'examen de Mécanique Rationnelle

Exercice : 01(4pts)

Nous avons **F=600N**



1)- **La représentation** $\overrightarrow{F_a}$**(1pts)**, $\overrightarrow{F_b}$**(1pts)**, Décomposition de F selon le syst d'axe (a) et (b) :

$$\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_a} + \overrightarrow{F_b} \ \textbf{(0.5pts)}$$

d'aprés le schéma :

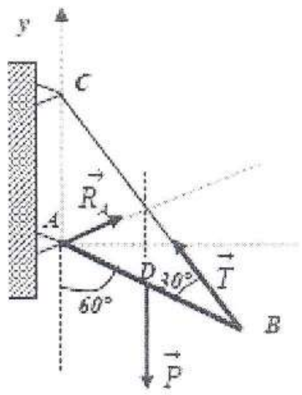
$$F_a = \frac{F}{\cos 30} = 692.8N \ \textbf{(0.5pts)}$$

$$F_b = F.\tan 30 = 346.4N \ \textbf{(0.5pts)}$$

2)- Projection de $\overrightarrow{F}$ selon les axes (a)

$$F_x = F.\cos 30 = 519.6N \ \textbf{(0.5pts)}$$

Exercice : **02(8pts)**



La représentation $\overrightarrow{R_A}$**(1pts)**, $\overrightarrow{P}$**(1pts)**, $\overrightarrow{T}$ **(1pts)** Toutes les forces agissant sur la poutre sont dans le plan **(xoy)** . Le système est en équilibre statique d'où

$$\sum_i \overrightarrow{F_i} = \overrightarrow{0} \ \ (\mathbf{0.5\ pts}) \iff \overrightarrow{R_A} + \overrightarrow{T} + \overrightarrow{P} = \overrightarrow{0}$$

$$\sum_i \overrightarrow{M_{i/A}} = \overrightarrow{0} \ (\mathbf{0.5\ pts}) \quad \iff \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{T} + \overrightarrow{AD} \wedge \overrightarrow{P} = \overrightarrow{0}$$

Nous avons $\overrightarrow{AB}\binom{2\cos 45}{-2\sin 45}$; $\overrightarrow{AD}\binom{\cos 45}{-\sin 45}$; $\overrightarrow{P}\binom{0}{-P}$; $\overrightarrow{T}\binom{-T\cos 65^\circ}{T\sin 65^\circ}$; $\overrightarrow{R_A}\binom{R_{Ax}}{R_{Ay}}$ L'équation (1) projectée sur les axes donne :

Ox :

$$R_{Ax} - T\cos 65^\circ = 0 \ (\mathbf{0.5\ pts})$$

Oy :

$$R_{Ay} + T\sin 65^\circ - P = 0 \ (\mathbf{0.5\ pts})$$

L'équation (2) s'ecrira :

$$\begin{pmatrix} 2\cos 45 \\ -2\sin 45 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -T\cos 65^\circ \\ T\sin 65^\circ \end{pmatrix} (\mathbf{0.5\ pts}) + \begin{pmatrix} \cos 45 \\ -\sin 45 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -P \end{pmatrix} (\mathbf{0.5\ pts}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$2T\left[\sin 65^\circ \cos 45 - \sin 45 \cos 65^\circ\right] - P\cos 45 = 0;$$
$$2T\sin(65-45) - P\cos 45 = 0$$

$$T = \frac{P\cos 45}{2\sin(20)} = 51.47N \ (\mathbf{0.5\ pts})$$

$$(3) \quad \Longrightarrow R_{Ax} = 21.75N \ (\mathbf{0.5\ pts}) \text{ et } (4) \quad \Longrightarrow R_{Ay} = 3.35N \ (\mathbf{0.5\ pts})$$

d'où :

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} = 22N(\mathbf{0.5\ pts})$$

Exercice : **03(8pts)**

On utilise les coordonnées cartésiennes -a $\leq$**x**$\leq$+a ; -b $\leq$**y**$\leq$+b

$$m = \int dm = \sigma \int_{-a}^{a} dx \int_{-b}^{b} dy = \sigma.2a.2b = 4.\sigma a.b$$

$$m = 4.\sigma a.b \ \ \textbf{(1 pts)}$$

le solide est dans le plan (oxy) alors $z = 0$ **(0.5 pts)**et $I_{xz} = I_{yz} = 0$

On déduit que :

$$I_{xx} = \int y^2.dm \ \textbf{(0.5 pts)},$$

$$I_{yy} = \int x^2.dm \ \textbf{(0.5 pts)}$$

d'ou :

$$I_{zz} = \int \left(x^2 + y^2\right).dm = I_{xx} + I_{yy} \ \textbf{(1 pts)}$$

le solide admet deux plans de symétrie (ozy) et (ozx) , alors :
I_{xy} **(0.5 pts)** $= I_{zy}$ **(0.5 pts)** $= I_{xz}$ **(0.5 pts)** $= 0$
On calcul I_{xx} et I_{yy} :

$$I_{xx} = \int y^2.dm = \sigma \int_{-a}^{a} dx \int_{-b}^{b} y^2 dy = \sigma\left[a - (-a)\right]\left[\frac{b^3}{3} - \frac{(-b)^3}{3}\right]$$

$$I_{xx} = \frac{mb^2}{3} \ \ \textbf{(1 pts)}$$

$$I_{yy} = \int x^2.dm = \sigma \int_{-a}^{a} x^2 dx \int_{-b}^{b} dy = \sigma\left[\frac{a^3}{3} - \frac{(-a)^3}{3}\right]\left[b - (-b)\right]$$

$$I_{yy} = \frac{ma^2}{3} \ \ \textbf{(1 pts)}$$

La matrice d'inertie est donc :

$$I\left(O, S\right) = \frac{m}{3}\begin{pmatrix} b^2 & 0 & 0 \\ 0 & a^2 & 0 \\ 0 & 0 & (a^2 + b^2) \end{pmatrix} \ \textbf{(1 pts)}$$

٨

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة قاصدي مرباح ورقلة
كلية العلوم التطبيقية
قسم الهندسة المدنية و الري

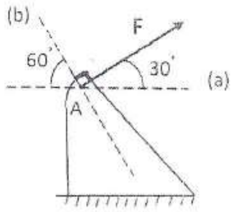
Niveau : 2ième année Licence
Spécialité : GC, TP, HYD
Module : Mécanique Rationnelle
Date : 01 /2021
Durée : 1h

المستوى: الثانية ليسانس
الاختصاص: هندسة مدنية, اشغال عمومية,الري
المقياس: ميكانيك الجسم الصلب
التاريخ: 01.2021
المدة: ساعة

Examen S3

Exercice 1:(4pts)

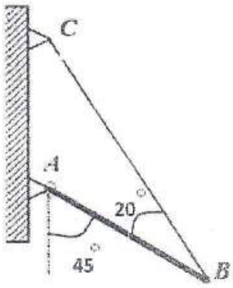
La force F de 600 N est appliquée sur un support au point A comme indiquée sur la figure ci-contre. On veut remplacer la force F par ses deux composantes selon les deux axes (a) et (b) en utilisant **la règle du parallélogramme.**



1) **Représenter** les deux **composantes** F_a et F_b **et déduire** leurs valeurs.
2) **Déterminer** la valeur de F_x **la projection** de **F** selon l'axe (a).

Exercice 2 : (8pts)

Une barre homogène pesant **50 N** et longue de **2 m** est liée par une articulation cylindrique en son extrémité A à un mur. Elle est retenue sous un angle de **45°** avec la verticale par un câble inextensible de masse négligeable à l'autre extrémité **B**. Le câble fait un angle de **20°** avec la barre.



-Déterminer la tension T dans le câble et **la réaction** R_A au point A.

Avec : cos(a+b)=cosa cosb-sina sinb

sin(a+b) =sina cosb+cosa sinb

Exercice 3 : (8pts)

Calculer les **tenseurs d'inertie I(O,S)** suivant le repère (O,x,y,z) d'un plaque rectangulaire de masse **m** de longueur **2a** et largeur **2b**.

Avec :

$$m = \int dm = \int \sigma dxdy$$