Université Kasdi Merbah Ouargla
Faculté des Sciences Appliquées
Département : Génie Mécanique
Master 2 – FMP –

جامعة قاصدي مرباح ورقلــة
كلية العلوم التطبيقية
قسم: الهندسة الميكانيكية

Bureau des méthodes

14/01/2023 Durée : 90 min

Corrigé type

Exercice

Le dessin de définition représenté un support Moulé en sable, page 5/5

- Programme de fabrication : 100 pièces /mois/ans
- Parc disponible : Fraiseuse universelle, tour parallèle perceuse ...

On vous demande de

1/ Citez les surfaces bruts indiquer sur le dessin de définition page 5/5

B H K M

2/ Comment obtenir les surfaces bruts

Moulage en sable

3/ Expliquer les tolérances géométriques indiquer sur le dessin de définition (doit être différent l'un de l'autre**)**

(1) Planéité D1 et D2 avec A : la surface réelle doit être contenue entre deux plans // distants de 0.05 mm

(2) Parallélisme : Référence A avec D : plan minimax inferieur La surface réelle doit être comprise entre deux plans // distants de 0.5mm

(3) La zone de tolérance est définie par 2 plans distants de 0.6 mm symétriques a la surface nominale

R1 R1 avec B

(4)Perpendicularité entre deux surfaces Référence B et R1 R2 avec IT= 0.05

(5)Coiaxialité entre deux surfaces D1 et D2 avec un IT = 0.04mm

4/ Que signifier Ra = 1.6 mentionner sur la surface A

Ra : état de surfaces c.à.d. la surface A doit être usinée en trois opérations AE A1/2F et AF

5/ Faire l'association de surfaces possible

G1= **D1 et D2** G2= **R1 R2 et R3** G3= **L et X (T)**

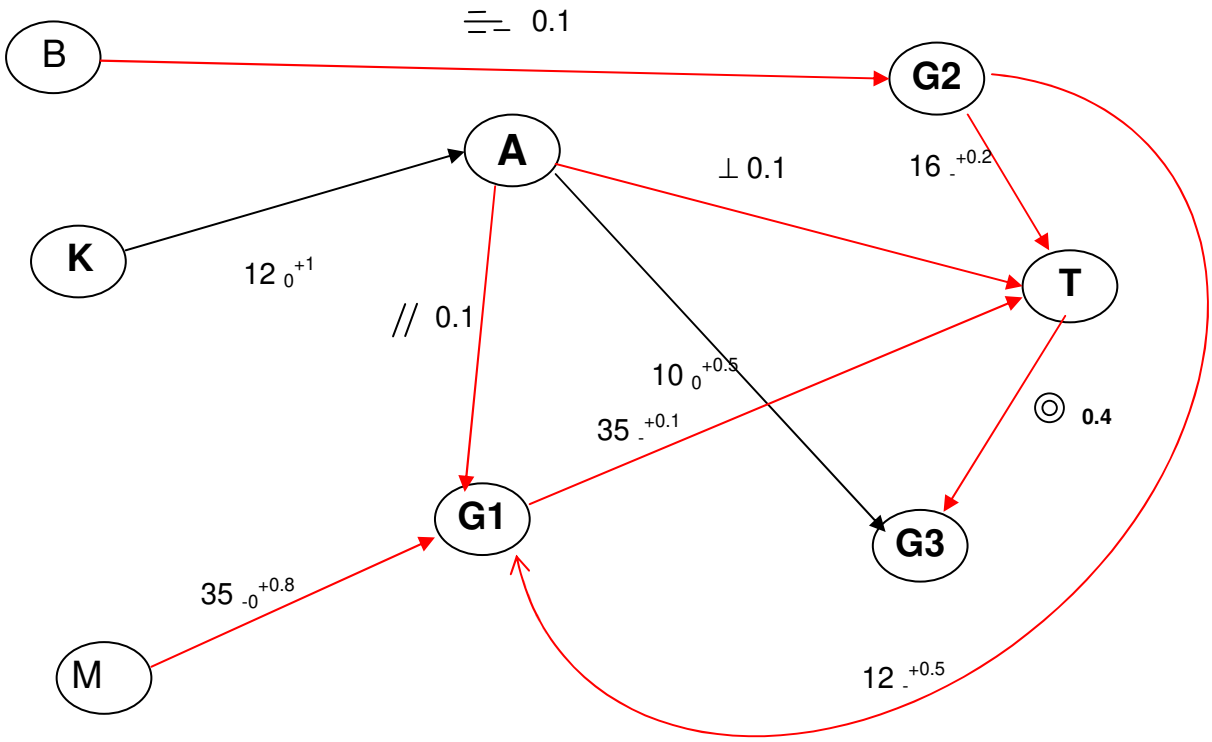
6/ Nommez les opérations réalisées et proposer la machine à utiliser

G1 : Alésage (Perçage) Perceuse G2 : Rainurage Fraiseuse horizontale G3 : Lamage Perceuse

7 /Entre la surface G1 et surface **G2** il y a une contrainte d'usinage : Quelle contrainte avec explication

Contrainte technologique Alésage puis rainurage pour éviter la rupture de l'outil

8/ A partir du dessin de définition de la pièce. Compléter le graphe de liaison de B.E suivant



9/ Complétez les 3 tableaux suivants

Tableau 1 : Définition des opérations élémentaires

Surfaces	Cotes de liaison aux surfaces		Spécifications			Opérations élémentaires	
	usinées	brutes	Ra	IT	particulières	Nombre de passe	Symbolisation
A		(K) 12^{+1}_{0}	1.6	1		3 Opérations	AE AF/ AF
D1	(A) $35^{+}_{-}.01$	(M) $35^{+0.8}_{0}$	1.6	H7	▱ // A	3 Opérations	D1ED1F/D1F
D2	(A) $35^{+}_{-}.01$	(M) $35^{+0.8}_{0}$	1.6	H7	⫩ B	3 Opérations	D2E DF/ DF
R1			3.2		⫩ B ⊥ A	2 Opérations	R1E R1F
R2	(R1) $16^{+}_{-}.0.05$		3.2			2 Opérations	R2E R2F
R3	(D) $12^{+0.5}_{0}$		3.2			2 Opérations	R2E R2F
T	(D) $35^{+}_{-}.01$ (R2)		1.6			3 Opérations	TE TF/TF
L			3.2		⊥ A	2 Opérations	LE LF
X	(A) $10^{+}_{-}.0.5$		3.2		◎ T	2 Opérations	XE XF

Tableau 2 : Les contraintes d'antériorité

Opérations	Contraintes											
	Dimensionnelles	**Géométriques**						**Technologiques**			**Economiques**	
		//	⊥	⌯	⊕	▱	◎	reprise	opération	bavure	Moindre usinage	Outil de finition
B												
H												
K												
M												
AE	K											
AF/	K								AF			
AF	K								AF/			
G1E	AF M	AF		B								
G1F/	AF M	AF		B					G1E			
G1F	AF M	AF		B					G1F/			
G2E	G1F		AF	B								
G2F	G1F		AF	B						G2E	G1F	
TE	G1F G2F		AF									
TF/	G1F G2F		AF						TE			
TF	G1F G2F		AF						TF/			
G3E	AF						TF					
G3F	AF						TF					

Tableau 3 : Tableau des niveaux

	Entrées																			Niveaux								
		B	K	M	AE	AF/	AF	G1E	G1F/	G1F	G2E	G2F	TE	TF/	TF	G3E	G3F		Total	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sorties	B																		0	Obtention de la pièce brute									
	K																		0										
	M																		0										
	AE		1																1	0									
	AF/		1		1														2	1	0								
	AF		1			1													2	1	1	0							
	G1E	1		1			1												3	1	1	1	0						
	G1F/	1		1			1	1											4	2	2	2	1	0					
	G1F	1		1			1		1										4	2	2	2	1	1	0				
	G2E	1					1			1									3	2	2	2	1	1	1	0			
	G2F	1					1				1								4	3	3	3	2	2	2	1	0		
	TE						1					1							3	3	3	3	2	2	2	1	1	0	
	TF/						1						1						4	4	4	4	3	3	3	2	2	0	
	TF						1							1					4	4	4	4	3	3	3	2	2	0	
	G3E						1								1				2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	0
	G3F						1								1				2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	0
																				AE	AF/	AF	G1E	G1F/	G1F	G2E	G2F	TE	G3E
																												TF/	G3F
																												TF	

Corrigé type du module Inst Hydraulique et Pneumatique (M2 FMP)

Questions de cours (chaque repense 2points)

1. La réponse d'un servo-vérin dépend de ses dimensions, de la masse embarquée, de la qualité de l'organe de commande, de la longueur des circuits d'alimentation.

2. Moteurs à pistons ; Les avantages :

 Les moteurs à pistons offrent un rendement plus élevé que les moteurs à palettes.

 Ils sont fréquemment utilisés parce qu'ils offrent une grande puissance mécanique par rapport à leur faible poids.

Les inconvénients :

 Couteux.

3) D equ= 4 S/P pour un triangle exemple triangle demi-carre S= (axb)/2,
donc Deq=2axb/a+B+(a^2+B^2).

4. Choisir une huile à l'indice de viscosité élevé est important pour les systèmes qui évoluent dans un environnement présentant des écarts de température élevés.

5. Résistance à l'oxydation : éviter la dégradation chimique de l'huile influencée par le vieillissement, la chaleur, la lumière, le contact avec l'air …

Faible compressibilité : cette propriété influence la précision de la transmission d'efforts et de mouvements.

Faible dilatation thermique : le volume du fluide augmente avec la température (0,7% par 10° pour les huiles minérales).

Compatibilité avec l'environnement : le fluide doit être recyclable, non polluant, non toxique, biodégradable, inodore… Toutes les huiles industrielles ne répondent pas à l'ensemble de ces critères.

Coût et disponibilité : il convient d'utiliser les huiles les plus économiques et les plus largement diffusées lorsque l'application ne justifie pas l'emploi de fluides aux caractéristiques particulières.

Exercice

Conversion des unités :

Le débit= 600 kg/min= 10 Kg/s = 10 dm3/s 2 points

Sur le diagramme ; les pertes de charge linéaire sont 750 Bar/m 1 point

Le tronçon le plus loin (défavorisé) tient en compte, 1 point

Donc 12000 Bar = 12×10^8 Pa (16 m) 1 point

Perte de charge singulière : coude + 2 T + vanne = (1,3) + (1.4x2) +1 = 5.1

V=Q/S S=3. 14 $d^2/4$

6.4×10^{-4} Pa 1 point

Les pertes de charge totale : $12 \times 10^{8} + 6.4 \times 10^{-4}$ = Perte lineaire Pa 1 point

Les pertes de charge linéaire représentent la partie la plus importante des pertes pour équilibrer l'installation 2 point

1. Calcul des pertes de la deuxième tronçon 1 point
2. Proposer des réducteurs de pression (ex : diaphragme) 1 point

Corrigé Type : Recherche Documentaire & Conception de Mémoire 2M FMP

Auteur, date	Problème	Méthode	Résultats	Idée innovante	Commentaires
1) Selahattin Goktun 1999 4 points	Le coefficient de performance pour le cycle hybride absorption-éjection	Analytique	Augmentation de 40% pour le COP	Le cycle combiné	L'introduction des **cycles combiné** dans la réfrigération
R. Yapıcı et al 2008 4 points	La relation entre le rapport des sections et le coefficient de performance	Analytique avec 6 configurations de l'éjecteur	Augmentation du **COP** de 0.29 à 0,41	Plusieurs **configurations** de la géométrie de l'éjecteur	L'étude est **variée** (plusieurs configurations et plusieurs fluides)
2) Bo Liu et al 2023 4 points	L'utilisation des mélanges azéotropique dans un cycle a éjection	Analytique et numérique	**COP** =0.29 est meilleure par ra rapport les cycle a réfrigérant pure	L'utilisation des **nouveaux** mélange azéotropique	Les début d'utilisation des nouveau friendly réfrigérant dans les cycle a éjecteur

Votre critique (min 300 mots, max 500 mots) **:**

L’apparition suivant la date publication 2 points

Le style scientifique (voie passive) 2 points

L’utilisation des mots scientifiques 2 points

Utilisation des différentes phrases par rapport le texte original 2 points

Université KASDI Merbah, Ouargla
Faculté des sciences appliquées
Département de Génie Mécanique $\omega = \gamma$

Corrigé type EMD – Dynamique des machines tournantes-
Master 2, Fabrication Mécanique et productique

Exercice 1 (06pts)

a) Les vitesses critiques en mode direct corresponde à la solution de l'équation caractéristique lorsque $\omega = \gamma$.

$$\gamma^4 - 2\gamma^4 - 95.99\gamma^2 + 4.664\gamma + 93.658 = 0$$

$$\Rightarrow \quad -\gamma^4 - 95.99\gamma^2 + 4.664\gamma + 93.658 = 0 \quad \textbf{(01pt)}$$

Les racines de cette équation représentent les vitesses critiques en mode directe, qu'on peut noter : γ_1, γ_2, γ_3 et γ_4. **(01pt)**

b) Les vitesses critiques en mode rétrograde corresponde à la solution de l'équation caractéristique lorsque $\omega = -\gamma$.

$$\gamma^4 + 2\gamma^4 - 95.99\gamma^2 + 4.664\gamma + 93.658 = 0$$

$$\Rightarrow \quad 3\gamma^4 - 95.99\gamma^2 + 4.664\gamma + 93.658 = 0 \quad \textbf{(01pt)}$$

Les racines de cette équation représentent les vitesses critiques en mode rétrograde (indirecte) , qu'on peut noter : λ_1, λ_2, λ_3 et λ_4. **(01pt)**

c) Pour tracer le diagramme de Campbell, il faut en premier lieu calculer les fréquences naturelle du rotor à vitesse de rotation nulle $\omega = 0$. Il faut donc calculer les racines de l'équation suivante :

$$\gamma^4 - 95.99\gamma^2 + 4.664\gamma + 93.658 = 0 \quad \textbf{(01pt)}$$

Si on note les racines de cette équation par ω_1, ω_2, ω_3 et ω_4

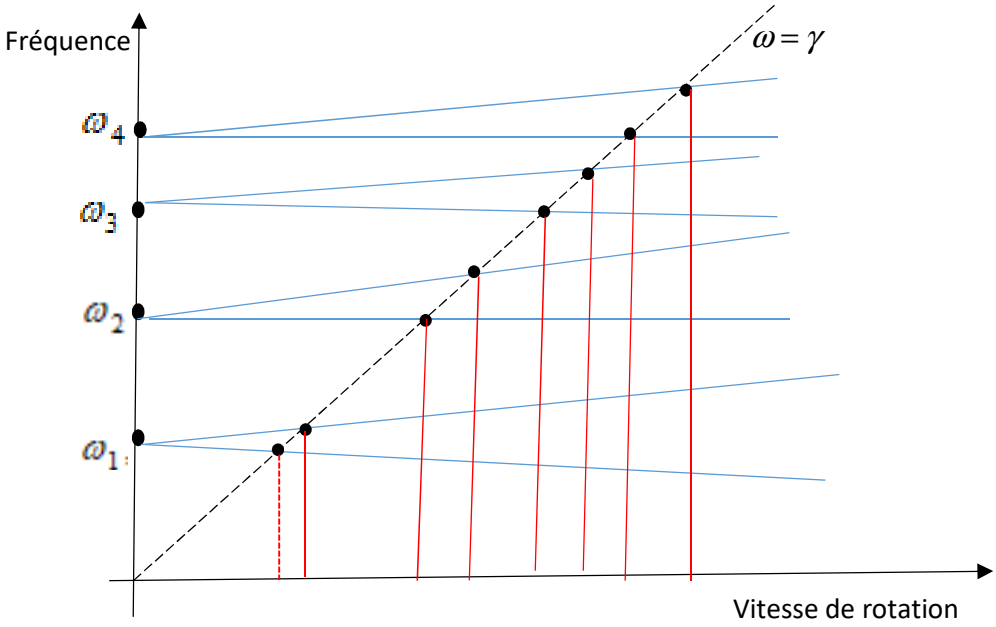


Figure. Diagramme de Campbell approximative **(01pt)**

Exercice 2 (07pts)

a) Par l'application de la deuxième loi de Newton, on trouve le système d'équations différentielles suivant :

$$m\ddot{u} + 2ku = 0$$
$$m\ddot{v} + 2kv = 0$$ **(01pt)**

$$I_d\ddot{\theta} + I_p\Omega\dot{\psi} + 0.5L^2k\theta = 0$$
$$I_d\ddot{\psi} - I_p\Omega\dot{\theta} + 0.5L^2k\psi = 0$$ **(01pt)**

b) Les premières équations sont découplées de troisième et quatrième équation.

$$\begin{matrix} m\ddot{u} + 2ku = 0 \\ m\ddot{v} + 2kv = 0 \end{matrix} \Rightarrow \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$: La première fréquence naturelle qui est indépendante de la vitesse de rotation Ω. **(01pt)**

Donc on peut calculer la rigidité au niveau des paliers :

$$k = 0.5 m\omega_1^2 = 0.5 \times 30 \times (2\pi \times 7.1)^2 = 29.8516\,\text{kN/m}$$ **(01pt)**

L'autre fréquence naturelle, quand $\Omega = 0$ est obtenue à partir de la 3ème et 4ème équation. Cette deuxième fréquence est donnée par l'expression :

$$\omega_2 = \sqrt{0.5 L^2 k / I_d}$$ **(01pt)**

Donc, on déduit le moment d'inertie diamétrale du rotor

$$I_d = \frac{0.5 L^2 k}{\omega_2^2} = \frac{0.5 \times 0.8^2 \times 29.8516 \times 10^3}{(2\pi \times 21.2)^2} = 0.53838\,\text{kg m}^2$$ **(01pt)**

Lorsque le rotor tourne, la deuxième pair des fréquences naturelles est la solution de l'équation caractéristique qui suit :

$$\left(-\omega^2 I_d + k_R\right)^2 - \left(I_p \Omega \omega\right)^2 = 0$$

$$I_p = \left| \frac{-\omega^2 I_d + k_R}{\Omega \omega} \right|$$

$$\omega = 2\pi \times 46.7\,\text{rad/s}$$

$$\Omega = 2000 \times 2\pi/60 = 209.44\ \text{rad/s}. \quad k_R = 0.5 L^2 k = 0.5 \times 0.8^2 \times 29851.6 = 9552.5\,\text{Nm}$$

Par conséquent,

$$I_p = 0.59883\,\text{kg m}^2.$$ **(01pt)**

Exercice 3 (07pts)

a) Sans effet gyroscopique l'équation du mouvement s'écrit :

$$[M]\{\ddot{\eta}(t)\}+[K]\{\eta(t)\}=\{f(t)\} \qquad \textbf{(01pts)}$$

Dans le cas de vibrations libres : $\{f(t)\}=\{0\}$

On doit en premier lieu calculer les matrices de masse et de rigidité de chaque élement.

- Les trois éléments poutres ont des matrices élémentaires identiques en coordonnées intrinséques :

$$[M]^{(e)}=\frac{\rho A l}{420}\begin{bmatrix} 156 & -22l & 54 & 13l \\ & 4l^2 & -13l & -3l^2 \\ & & 156 & 22l \\ \text{sym} & & & 4l^2 \end{bmatrix}$$

$$[K]^{(e)}=\frac{EI_{xx}}{l^3}\begin{bmatrix} 12 & -6l & -12 & -6l \\ & 4l^2 & 6l & 2l^2 \\ & & 12 & 6l \\ \text{sym} & & & 4l^2 \end{bmatrix}$$

- Les deux disques ont la matrice de masse

$$[M_d]=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_d \end{bmatrix}$$

Après assemblage on trouve :

- **Matrice de masse**

$$\bar{m} = \frac{\rho A l}{420}$$

$$[M] = \bar{m}\begin{bmatrix} 156 & -22l & 54 & 13l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 4l^2 & -13l & -3l^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 2\times156+\frac{m}{\bar{m}} & -22l+22l & 54 & 13l & 0 & 0 \\ & & & 2\times4l^2+\frac{I_d}{\bar{m}} & -13l & -3l^2 & 0 & 0 \\ & & & & 2\times156+\frac{m}{\bar{m}} & -22l+22l & 54 & 13l \\ & & Symétrie & & & 2\times4l^2+\frac{I_d}{\bar{m}} & -13l & -3l^2 \\ & & & & & & 156 & 22l \\ & & & & & & & 4l^2 \end{bmatrix}$$

(01pts)

- **Matrice de rigidité**

$$[K] = \frac{EI_{xx}}{l^3}\begin{bmatrix} 12 & -6l & -12 & -6l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 4l^2 & 6l & 2l^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 12+12 & 6l-6l & -12 & -6l & 0 & 0 \\ & & & 4l^2+4l^2 & 6l & 2l^2 & 0 & 0 \\ & & & & 12+12 & 6l-6l & -12 & -6l \\ & & Symetrie & & & 4l^2+4l^2 & 6l & 2l^2 \\ & & & & & & 12 & 6l \\ & & & & & & & 4l^2 \end{bmatrix}$$

(01pts)

- **Le vecteur de déplacement s'écrit**

$$\eta(t)=\begin{Bmatrix} u_1 \\ \varphi_1 \\ u_2 \\ \varphi_2 \\ u_3 \\ \varphi_3 \\ u_4 \\ \varphi_4 \end{Bmatrix}$$ **(01pts)**

b) Les conditions aux limites sont : $u_1 = u_4 = 0$.

c) Avec prise en compte des conditions aux limites on trouve

$$[M]=\bar{m}\begin{bmatrix} 156 & -22l & 54 & 13l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 4l^2 & -13l & -3l^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 2\times156+\frac{m}{\bar{m}} & -22l+22l & 54 & 13l & 0 & 0 \\ & & & 2\times4l^2+\frac{I_d}{\bar{m}} & -13l & -3l^2 & 0 & 0 \\ & & & & 2\times156+\frac{m}{\bar{m}} & -22l+22l & 54 & 13l \\ & & Symétrie & & & 2\times4l^2+\frac{I_d}{\bar{m}} & -13l & -3l^2 \\ & & & & & & 156 & 22l \\ & & & & & & & 4l^2 \end{bmatrix}$$

(01pts)

$$[K]=\frac{EI_{xx}}{l^3}\begin{bmatrix} 12 & -6l & -12 & -6l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 4l^2 & 6l & 2l^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 12+12 & 6l-6l & -12 & -6l & 0 & 0 \\ & & & 4l^2+4l^2 & 6l & 2l^2 & 0 & 0 \\ & & & & 12+12 & 6l-6l & -12 & -6l \\ & & Symetrie & & & 4l^2+4l^2 & 6l & 2l^2 \\ & & & & & & 12 & 6l \\ & & & & & & & 4l^2 \end{bmatrix}$$

(01pts)

Le vecteur de déplacement s'écrit :

$$\eta(t) = \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ u_2 \\ \varphi_2 \\ u_3 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \end{Bmatrix}$$ **(01pts)**

Chargé du module

Dr. Rassim BELAKROUM

Université KASDI Merbah, Ouargla
Faculté des sciences appliquées
Département de Génie Mécanique

Le 19/01/2022

EMD – Dynamique des machines tournantes-
Master 2, Fabrication Mécanique et productique (durée: 01h30)

Exercice 1: (06pts)

Lors l'étude du mouvement de tournoiement d'un rotor, l'équation caractéristique suivante a été déterminé :

$$\gamma^4 - 2\omega\gamma^3 - 95.99\gamma^2 + 4.664\gamma + 93.658 = 0$$

γ : Fréquence de tournoiement et ω : vitesse de rotation.

a) Calculer les vitesses critiques correspondant au mode direct.
b) Calculer les vitesses critiques correspondant au mode rétrograde.
c) Tracer le diagramme de Campbell approximative et indiqué les vitesses critiques.

Exercice 2: (07pts)

Un rotor rigide de longueur 0.8m est supporté par deux paliers élastiques, comme le montre la figure 1. Les deux paliers sont identiques et isotropes. La masse du rotor (arbre et disque) est de 30kg. La rigidité des paliers, le moment d'inertie polaire et le moment d'inertie diamétrale du rotor sont inconnus.

a) Déterminer les équations différentielles des équations de mouvement du rotor en fonction de la longueur L, de la rigidité des paliers k, du moment d'inertie polaire I_p et du moment d'inertie diamétrale I_d .

Les fréquences naturelles du système sont mesurées et l'une est trouvée égale à 7.1Hz quelle que soit la vitesse de rotation du rotor. La deuxième fréquence est 21.2Hz lorsque le rotor est stationnaire (vitesse de rotation nulle). Quand le rotor commence à tourner cette fréquence de 21.2Hz se divise en une paire de fréquences ; quand le rotor tourne à 2000tr/min la fréquence la plus élevée de la paire est 46.7Hz.

b) En utilisant ces données, déterminez la rigidité des paliers k, Le moment d'inertie polaire I_p et le moment d'inertie diamétrale I_d .

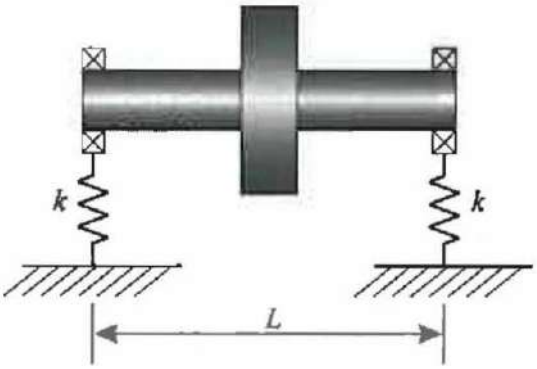


Figure 1. Rotor rigide sur appuis élastiques.

Exercice 3 :(07pts)

Soit le rotor de longueur 1.5m et supporté à ces extrémités par deux appuis parfaitement rigides (voir figure 2). L'arbre porte deux disques identiques de 400mm de diamètre et 80mm d'épaisseur. Les disques sont situés à 0.5 et 1m du palier gauche. Pour l'acier E=200GPa et ρ=7800kg/m^3.

a) En utilisant la méthode des éléments finis (poutre Euler-Bernoulli), établir les équations des vibrations de tournoiements du rotor <u>sans prise en compte de l'effet gyroscopique</u>.
b) Indiquer les conditions aux limites.
c) Déterminer les équations des vibrations du rotor avec prise en compte des conditions aux limites (système d'équations réduit).

NB: utiliser trois éléments comme le montre la figure 2.

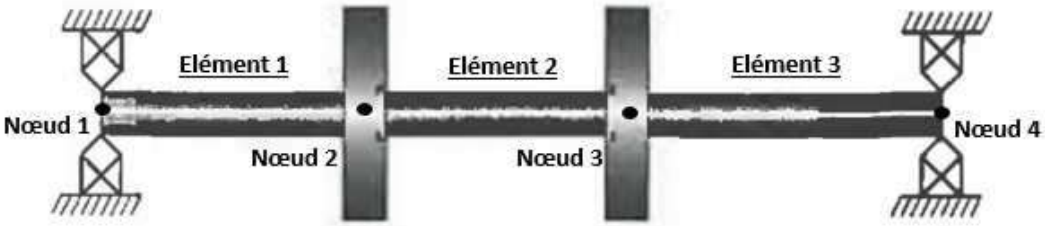


Figure 2. Rotor élastique.

Bon courage….

Chargé du module

Dr. Rassim BELAKROUM

Aide-mémoire

1) Disque de section circulaire

Moment d'inertie polaire I_p	$I_P = \frac{1}{2} m \left(\frac{D}{2} \right)^2$
Moment d'inertie diamétral I_d	$I_d = m \left(\frac{D^2}{16} + \frac{h^2}{12} \right)$
m : Masse du disque ; D : Diamètre du disque et h : Epaisseur du disque	

2) Arbre de section circulaire

Moment d'inertie quadratique I_{xx}	$I_{xx} = \frac{\pi D^4}{64}$

3) Formulation éléments finis (poutre Euler-Bernoulli)

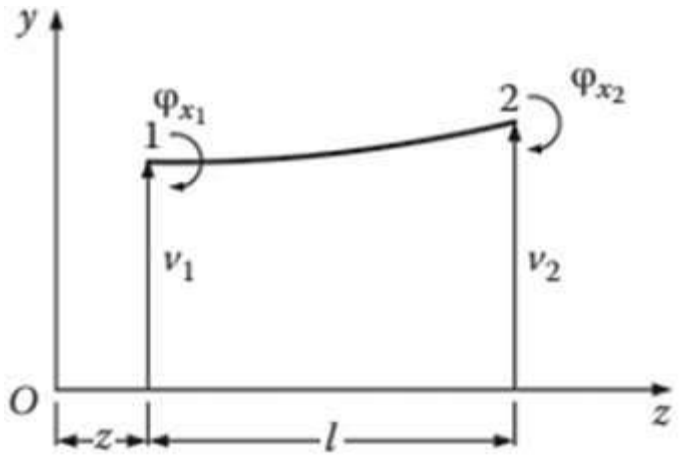


Figure 3. Représentation d'un élément poutre et des degrés de libertés dans les directions positives.

Vecteur des déplacements élémentaire	$\{\eta(t)\}^{(ne)} = \begin{Bmatrix} v_1 \\ \varphi_{x_1} \\ v_2 \\ \varphi_{x_2} \end{Bmatrix}^{(ne)}$
Matrice de masse élémentaire	$[M]^{(e)} = \frac{\rho A l}{420} \begin{bmatrix} 156 & -22l & 54 & 13l \\ & 4l^2 & -13l & -3l^2 \\ & & 156 & 22l \\ \text{sym} & & & 4l^2 \end{bmatrix}$
Matrice gyroscopique élémentaire	$[G] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_p \\ 0 & 0 & -I_p & 0 \end{bmatrix}$
Matrice de rigidité élémentaire	$[K]^{(e)} = \frac{EI_{xx}}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & -6l & -12 & -6l \\ & 4l^2 & 6l & 2l^2 \\ & & 12 & 6l \\ \text{sym} & & & 4l^2 \end{bmatrix}$

Rotor composé de poutres d'Euler-Bernoulli et de disques minces.

Université: Kasdi Merbah Ouargla
Faculté : Sciences Appliquées
Département: Génie Mécanique

Ouargla le: 11.01.2023
Spécialité: M2FMP
Durée: 90min

Corrigée type d'éxamen du Module: Gestion de la production

Questions de cours 5pts

1- Quand préférons-nous utiliser la méthode de réapprovisionnement périodique avec quantité fixe dans une chaîne logistique.

Vu ses avantages et ses inconvénients, cette méthode est recommandée dans les cas où la consommation est régulière. 2.5pts

2- L'avantage de la méthode de réapprovisionnement périodique avec quantité variable par rapport à celle de quantité fixe est : L'absences des quantités en surplus à celle du niveau de recomplètement. 2.5pts

Exercice 1: 7pts

1. Avec les données d'exercice :

$$Cu = \mathrm{a} + \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{Q}} + \frac{\mathrm{p.a.Q}}{2.\mathrm{N}}$$

$$= 2500 + \frac{20000}{8\,000} + \frac{0.2 \times 2\,500 \times 8\,000}{2 \times 50\,000} = 2\,542.50\ DA \quad \ldots\ldots..02\ pts$$

2. Il ne faut accepter une remise, que lorsque le coût total baisse; et non lorsque le coût apparent (prix unitaire) baisse.

Car une remise correspond à un achat en grande quantité, ce qui augmente les coûts de possession.

Si R est la remise, le prix proposé est égal à : a (1 – R) 1pt

$$a(1-R) + \frac{L}{Q} + \frac{p.a(1-R).Q}{2N} \leq (Cu)_{ad} \quad (1pt)$$

D'où:

$$\boldsymbol{R} \geq 1 - \frac{\left[(Cu)_{ad} - \frac{L}{Q}\right]}{\left[a + \frac{p.a.Q}{2N}\right]} = 1 - \left[\frac{2\,542.50 - \frac{20\,000}{30\,000}}{2\,500 + \frac{0.20 \times 2\,500 \times 30\,000}{2 \times 50\,000}}\right] \quad (1pt)$$

R ≥ 0.0408 ……..02 pts

C'est-à-dire il faut une remise supérieure à **4.08%** pour la quantité de 30 000 pièces. ……..01pts

Exercice 2: 8 pts

PC = SS +(C_{moy}x d)

$$C_{moy} = \frac{(200+150+100+150+70+60+180+200+100+170+120+100)}{12} = 133.33$$

D'où PC = 200 + (133.33x3) = 600 unités ……..02 pts

		M1	**M2**	**M3**	**M4**	**M5**	**M6**	**M7**	**M8**	**M9**	**M10**	**M11**	**M12**
Sorties		**200**	**150**	**100**	**150**	**70**	**60**	**180**	**200**	**100**	**170**	**120**	**100**
Etat du stock	**500**	300	150	50	350	280	220	490	290	190	470	350	250
Réception					450			450			450		
Lancement		450			450			450			450		

Tableau 06 pts

Dr. Kheireddine Abdelaziz

Université: Kasdi Merbah Ouargla
Faculté : Sciences Appliquées
Département: Génie Mécanique

Ouargla le: 11.01.2023
Spécialité: M2FMP
Durée: 90min

Examen du Module: Gestion de la production

Questions de cours 5pts

1- Quand préférons-nous utiliser la méthode de réapprovisionnement périodique avec quantité fixe dans une chaîne logistique. 2.5pts

2- Quel est l'avantage de la méthode de réapprovisionnement périodique avec quantité variable par rapport à celle de quantité fixe. 2.5pts

Exercice 1: 7pts

1. Trouver le coût réel d'un produit approvisionné selon les informations suivantes :

Période =1année ; Prix d'article = 2 500 DA; Coût de lancement = 20 000 DA; Taux de possession = 20 %; Consommation annuelle = 50 000 pièces; Qantité d'approvisionnement (économique) = 8 000 pièces.

2. Pour une proposition de livraison de 30 000 pièces avec remise, Trouver le taux de remise minimum acceptable.

Exercice 2: 8 pts

Afin d'alimenter un stock de produits finis pour satisfaire les clients, et empêcher le phénomène de sur-stockage, on utilise la méthode de réapprovisionnement a point de commande.

Si on a les données suivantes:

Stock de sécurité SS = 200 unités; Taille des lots à commandés Q_e = 450 unités

Délai de réception à partir de la commande d = 3 mois

Et avec les commandes prévisionnelles illustrées dans le tableau suivant :

		M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9	M10	M11	M12
Sorties		200	150	100	150	70	60	180	200	100	170	120	100
Etat du stock	500												
Réception													
Lancement													

1. Determiner le point de commande (le niveau de stock qui provoque le déclenchement de la commande).
2. Compléter l'etat du stock en prenant en considération le lancement et la réception selon le point de commande calculé.

Dr. Kheireddine Abdelaziz

UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA
FACULTE DES SCIENCES APPLIQUEE
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE
Master II Fabrication Mécanique et Productique

Correction d'examen

Mécanique de la Rupture et Fatigue

Questions de cours (06 points)

1. Il existe 3 modes de fissuration élémentaires :
   - Mode I (mode par ouverture)
   - Mode II (glissement de translation)
   - Mode III (glissement de rotation)

1.5

2. Objectifs de l'étude de la fatigue d'une pièce :
   - Calcul de vérification, depuis une architecture donnée on vérifie la durée de vie réelle > durée de vie souhaitée. 1.5
   - Calcul de conception, à partir d'un spectre des contraintes déterminé et d'une durée de vie souhaitée on dimensionne la pièce. 1.5
3. les différentes zones dans une courbe S-N sont : 1.5
   - la zone oligocyclique
   - la zone de fatigue ou d'endurance limitée
   - la zone d'endurance illimitée ou zone de sécurité

Exercice 1 (04 points)

1. Facteur critique d'intensité de contrainte de l'alliage :

Selon la figure $K_{IC} = \frac{\alpha F\sqrt{\pi a}}{We}, \frac{a}{W} = \frac{15}{50} = 0,3 \quad \rightarrow \alpha = 1,7$ 1

Pour une force F=100 kN, W = 50 mm, e = 20 mm et a = 15 mm, on obtient la valeur suivante de KIC :

$$K_{IC} = 36,9 MPa.m^{1/2}$$ 1

Type de rupture si a = 4 mm :

Pour une longueur de fissure : $a = 4mm, \frac{a}{W} = \frac{4}{50} = 0,08 \quad \rightarrow \alpha = 1,2$

La contrainte critique entrainant la rupture brutale (fragile) de l'éprouvette devait alors être égale à :

$\sigma = \frac{K_{IC}}{\alpha\sqrt{\pi a}}$ avec la valeur de $K_{IC} = 36,9 MPa.m^{1/2}$, on obtient : $\sigma = 274 MPa$ 1,5

Puisque : $\sigma \rangle R_{e0,2}, (R_{e0,2} = 260 MPa)$, il n'y aura pas rupture fragile de l'éprouvette mais plastification généralisée du matériau en tête de fissure. **Non** 0,5

Exercice 2 (10points)

a. TTDF de l'acier

TTDF	°C
25J	-20
50% ductilité	0

1 1

b. Ténacité K_{IC} de l'acier

Justification

L'énergie Charpy absorbée à 20 °C est égale à 75 J. Grâce à la courbe donnant la corrélation empirique existant entre cette énergie et la ténacité KIC, on en déduit que K_{IC} = 66 MPa.m^{½}

$$K_{IC} = 66 MPa.m^{1/2}$$ 1

c. Amplitude de contrainte du chargement cyclique

Justification :

Par définition, l'amplitude de contrainte σ_a est égale à $(\sigma_{max} - \sigma_{min})/2$, où σ_{max} et σmin sont respectivement la contrainte maximale et la contrainte minimale du chargement cyclique.
Dans le cas présent, σ_{min} = 0, donc $\sigma_a = \sigma_{max}/2$ = 180/2 MPa = 90 MPa

$$\sigma_a = 90MPa\,.$$ 1

d. Vitesse de propagation de la fissure au moment de sa découverte

Justification :

La variation ΔK du facteur d'intensité de contrainte associé à la fissure est égale à :

$$\Delta K = \alpha\Delta\sigma\sqrt{\pi a} = \alpha(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})\sqrt{\pi a}$$

Dans ce cas, σ_{max} = 180 MPa; σ_{min} = 0 ; a = 2 mm = 2x10^{-3} m ; α = 1,15.

On obtient une valeur de ΔK = 16,41 MPa.m^{½}. 1

En portant cette valeur dans la relation de Paris, on obtient :

$$da/dN = 3,5\times10^{-12}\times(16,41)^4 = 2,54\times10^{-7}\,m/cycle$$

$$da/dN = 2,54\times10^{-7}\,m/cycle$$ 1

e. Longueur critique de la fissure

Justification :

Le facteur critique d'intensité de contrainte K_{IC} de l'acier étant connu (question .b ci-dessus) ainsi que la contrainte σ_{max} appliquée à la pièce, il est alors aisé d'en déduire la longueur critique a_C de la fissure, qui entraînera une rupture brutale, apparemment fragile de la pièce :

$$K_{IC} = \alpha\sigma_{\max}\sqrt{\pi a_c} \qquad \rightarrow \qquad a_c = \frac{1}{\pi}\left(\frac{K_{IC}}{\alpha\sigma_{\max}}\right)^2$$

Dans ce cas : σ_{max} = 180 MPa; K_{IC} = 66 MPa.m^{½}; α = 1,15.

On obtient une longueur critique : a_C = 3,24 x10^{-2} m = 32,4 mm 1

$$a_c = 32,4mm$$

f. Durée de vie résiduelle de la pièce exprimée en cycles

Justification :

L'équation de la droite de Paris est de la forme : da/ dN = CΔK^n (1)

avec les constantes C et n connues : C = 3,5x10^{-12} et n = 4

En rappelant ici que ΔK = K_{max} et en utilisant la définition de K_{max} , l'équation (1) s'écrit alors :

$$da/dN = C\Delta K^n = C(\alpha\sigma_{\max}\sqrt{\pi a})^n = C(\alpha\sigma_{\max}\sqrt{\pi})^n a^{n/2} = Ba^{n/2} \qquad (2)$$

Avec $B = C(\alpha\sigma_{\max}\sqrt{\pi})^n = cste = 3,5\times10^{-12}(1,15\times180\times\sqrt{\pi})^4 = 6,342\times10^{-12}$

En séparant les variables dans l'équation (2), on obtient l'équation (3) ci-dessous que l'on peut aisément intégrer en prenant comme bornes d'intégration la longueur initiale a0 et la longueur finale aF de la fissure. On obtient ainsi l'équation (4) :

$$dN = \frac{1}{B}\frac{da}{a^{n/2}} = \frac{1}{B}\frac{da}{a^2} \qquad (3)$$

$$[N]_0^{N_f} = \frac{1}{B}\int_{a_0}^{a_f}\frac{da}{a^2} = \frac{1}{B}\left[\frac{-1}{a}\right]_{a_0}^{a_f} = \frac{1}{B}\left[\frac{1}{a_0} - \frac{1}{a_f}\right] \qquad (4)$$

Avec la valeur de B trouvée ci-dessus et pour a_0 = 2 mm et a_F = 22 mm, on obtient :

$$[N]_0^{N_f} = \frac{1}{B}\left[\frac{1}{a_0} - \frac{1}{a_f}\right] = \frac{1}{6,342\times10^{-2}}\left[\frac{1}{2\times10^{-3}} - \frac{1}{22\times10^{-3}}\right] = 7167cycles$$

N=7167cycles 2

g. Durée de vie résiduelle de la pièce exprimée en jours

Justification :

Si la fréquence de sollicitation est f (ici 10^{-3} Hz = 10^{-3} s^{-1}), la durée de vie résiduelle n de la pièce, exprimée en secondes (s), est égale à : n = N/f

où N est le nombre de cycles résiduels.

Avec la valeur de N trouvée à la question précédente, on obtient : n = 7,167 x10^6 s

Puisqu'il y a 86 400 s dans un jour (86 400 = 60 x 60 x 24), la durée de vie résiduelle n de la pièce jusqu'à son remplacement est égale à :

n = 7,167x10^6/86400 = 82,95 jours

n=83jours 1

UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA
FACULTE DES SCIENCES APPLIQUEE
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

14/01/2023
Durée : 90 min
Master II Fabrication Mécanique et Productique

Examen

Mécanique de la Rupture et Fatigue

Questions de cours (05 points)

1. Il existe trois modes de propagation des fissures. Quelles sont ces trois modes ?
2. Quels sont les objectifs de l'étude de la fatigue d'une pièce ?
3. Quelles sont les différentes zones dans une courbe S-N ?

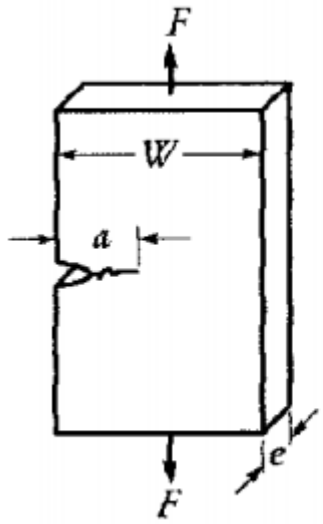
Exercice 1 (05points)

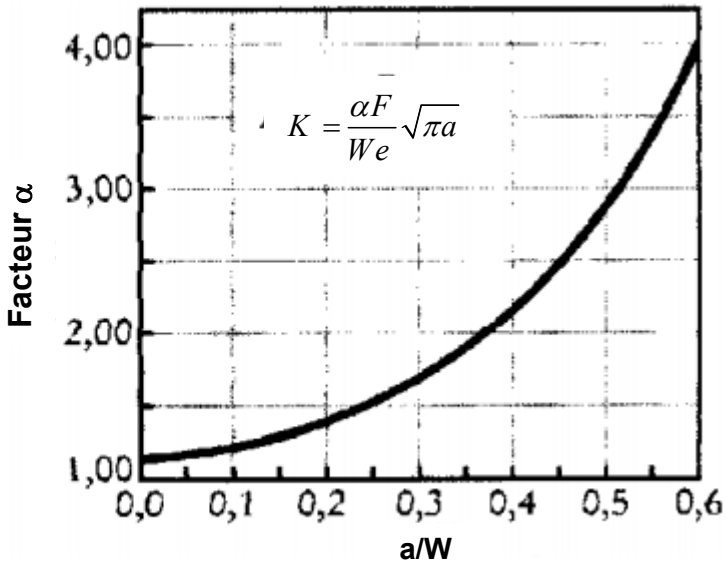
On réalise un essai de ténacité sur une éprouvette à entaille latérale faite d'un alliage d'aluminium qui a les propriétés mécaniques suivantes :

$$R_{e0.2} = 260MPa,\ R_m = 330MPa,\ A = 15\%$$

L'éprouvette a une largeur W = 50 mm et une épaisseur e = 20 mm. La fissure initiale, présente dans l'éprouvette, a une longueur a = 15 mm. Au cours de l'essai de ténacité, la rupture brutale (apparemment fragile) de l'éprouvette survient quand la force appliquée est égale à 100 KN.

1) Quelle est la valeur (en MPa.m$^{1/2}$) du facteur critique d'intensité de contrainte K_{IC} de cet alliage ?
2) Si la fissure initiale avait eu une longueur a = 4 mm, y aurait-il eu rupture brutale (fragile) de l'éprouvette ?





Exercice 2 (10points)

En annexe, vous disposez des résultats d'essais de résilience Charpy réalisés sur un acier, ainsi que de la corrélation expérimentale qui existe entre la résilience Charpy (à 20 °C) et la ténacité K_{IC} pour ce type d'acier.

Vous disposez aussi de la courbe de Paris en fatigue – propagation pour cet acier.

a) Quelle est la température de transition ductile – fragile TTDF (en °C) de cet acier, selon que cette TTDF soit définie pour un critère de 25 J ou pour un critère de 50 % de ductilité ?

b) Quelle est la valeur de la ténacité K_{IC} de cet acier ?

Cet acier est utilisé pour la fabrication d'une pièce qui, en service, est soumise à des efforts de fatigue en traction, d'amplitude constante et caractérisés par un rapport R = 0. La contrainte maximale exercée par ces efforts est égale à 180 MPa.

c) Quelle est l'amplitude de contrainte σ_a (en MPa) caractérisant le chargement de fatigue ?

Au bout de 3 ans de service (1095 jours), la pièce subit un contrôle non destructif par radiographie X et on y découvre une fissure de fatigue qui a atteint une longueur a_0 = 2 mm. Cette fissure est caractérisée par son paramètre géométrique α = 1,15.

d) Quelle est la vitesse de propagation da/dN (en m/cycle) de la fissure au moment de sa découverte ?

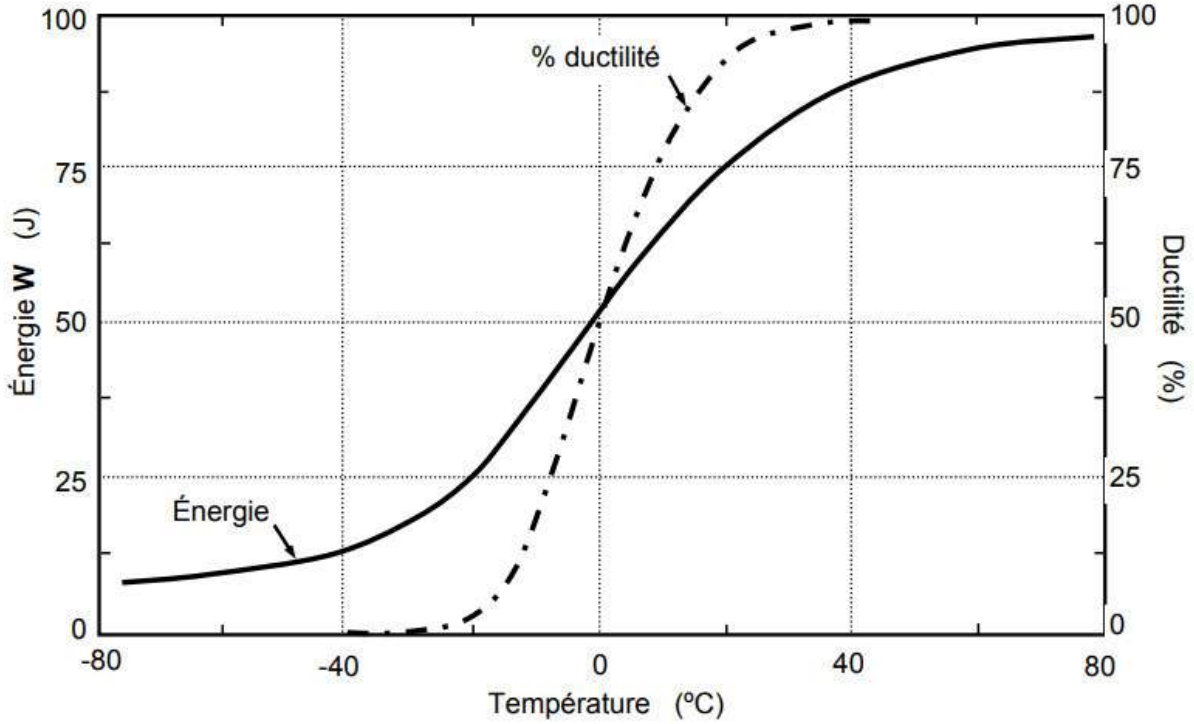
e) Quelle est la longueur critique a_C (en mm) de cette fissure de fatigue qui entraînerait la rupture brutale fragile de la pièce ?

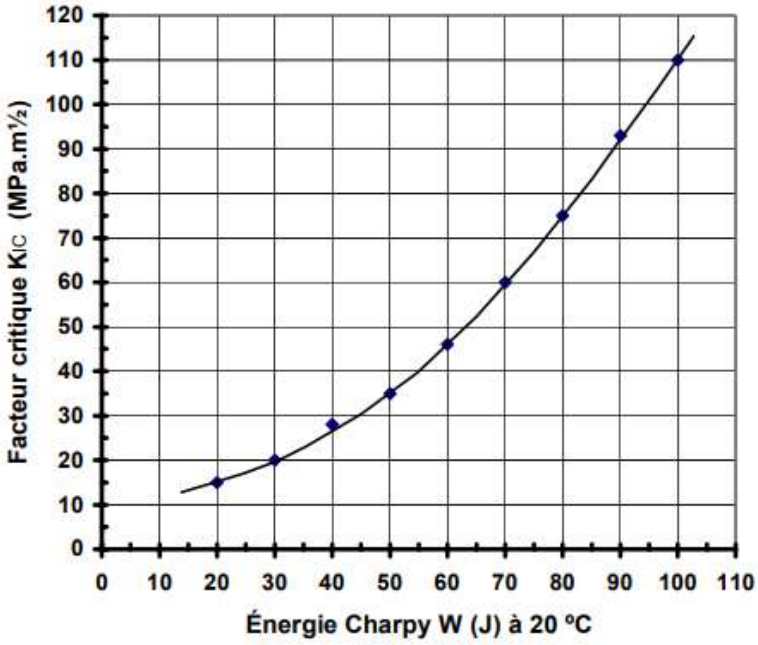
Par mesure de sécurité, vous décidez que la pièce doit être remplacée quand la fissure de fatigue aura atteint une longueur tolérable maximale a_F = 22 mm.

f) Calculez le nombre de cycles N de sollicitations en fatigue que la pièce pourra encore supporter jusqu'à ce que la fissure atteigne la longueur tolérable maximale a_F = 22 mm.

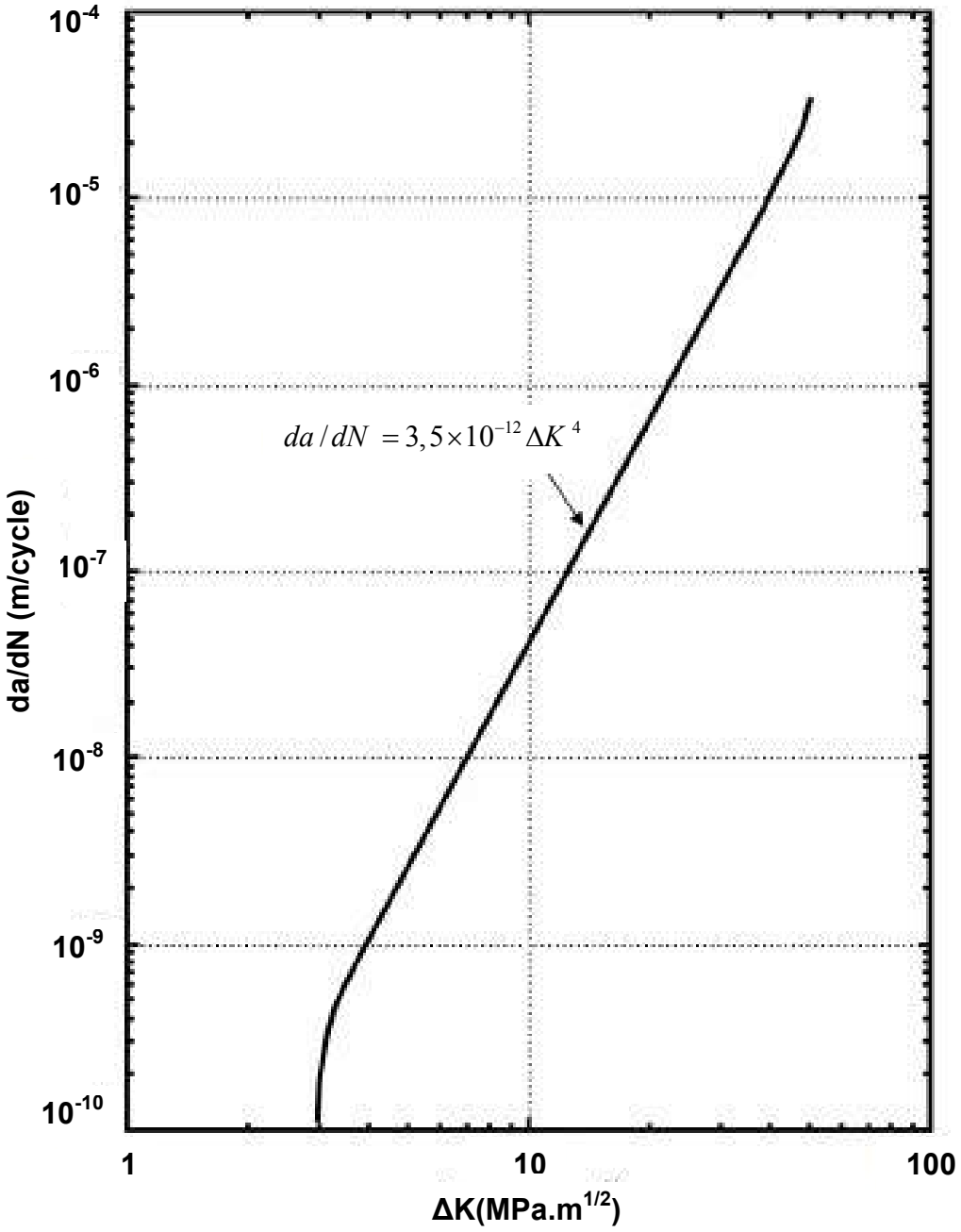
g) Si la fréquence de la sollicitation en fatigue est égale à 10^{-3} Hz, quel est le nombre n de jours de service que pourra encore assurer la pièce avant qu'elle doive être remplacée ?

ANNEXES





Corrélation expérimentale entre la résilience Charpy à 20 ºC et la ténacité K_{IC} de l'acier à 20 ºC


10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
10^{-7}
10^{-8}
10^{-9}
10^{-10}
da/dN (m/cycle)
$da/dN = 3,5\times10^{-12}\Delta K^{4}$
1
10
100
ΔK(MPa.m$^{1/2}$)

	Examen du premier semestre **Module : Moulage et inj. plastique** **CORRECTION**	**Master II** **Fabrication mécanique et productique** Enseignant: BENNOUNA MED SALAH

Exercice 1: (1x3=3)

Citer trois polymères thermoplastiques utilisés en moulage plastique

PVC, PEhd et PEbd

Exercice 2:

A. Quelles sont les deux fonctions réalisées pendant la phase de plastification et quels sont les éléments de la machine qui exécutent chaque fonction? **(1x4=4)**

Le Chauffage est exécuté par une résistance
Le malaxage est exécuté par une vis (dans certains cas deux vis)

B. Citer les cinq fonctions de l'outillage en injection plastique **(1x5=5)**

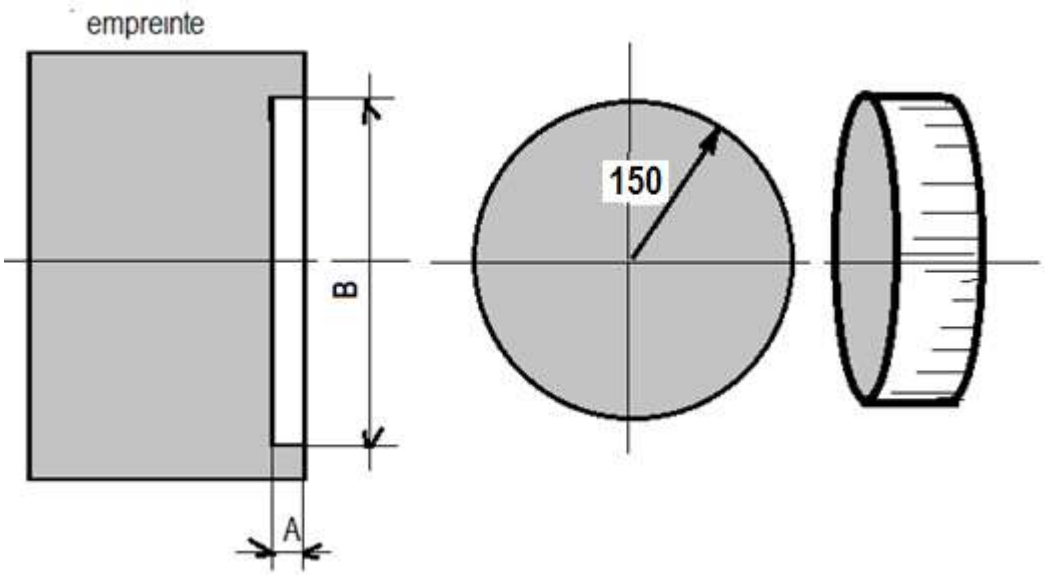
1. **L'alimentation en matière première**
2. **La régulation thermique**
3. **Le positionnement**
4. **La mise en forme**
5. **L'éjection du produit**

Exercice 3: (0.5x7=3.5)

Cocher la case adéquate

	vraie	fausse
L'injection plastique ne permet pas l'obtention des pièces compliquée		X
Les polymères utilisés en injection plastique ont une structure cristalline		X
L'injection plastique ne permet pas une production en série		X
Les thermoplastiques ne peuvent pas être utilisés pour l'injection plastique à cause de leurs caractéristiques thermomécaniques		X
Les élastomères ne sont pas considères comme de polymères		X
En injection plastique on peut choisir la position du plan de joint	X	
Apres éjection de la pièce du moule ses dimensions resteront fixes et changeront pas.		X

Exercice 4: (4.5points)



1. Calculer les cotes A et B de l'empreinte pour réaliser la pièce dessinée en dessous par injection plastique en PA 6 son retrait est de 1.5%, sachant que la pièce a une épaisseur e= 10 mm, la pression de maintien est de 300 bars

Cote de l'empreinte = cote pièce x(1/(1-retrait)) 1point

A= (10 x (1/1-0.015)=11.77 mm 1point

B= (30 x (1/1-0.015)=35.30 mm 1point

2. Calculer l'effort sur la presse d'injection sachant que le coefficient de sécurité k est de 0.2

P = F/S donc F=P.S.K 0.5 point

F= 300.3.14. $(15)^2$ .0.2 0.5 point

F = 42390 daN 0.5 point

Soit 42 T nécessaire théoriquement, le choix se portera sur une 50T

Bon courage

	Département de Génie Mécanique **Examen du premier semestre** **Moulage et inj. plastique**	**Master II** **Fabrication mécanique et productique** Enseignant : BENNOUNA MED SALAH **Date : 16/01/2023 de 15h à 16^{30}** **Salles 214 - 215**

Exercice 1 : (5 pts)

Faire le schéma de la fonction globale (appelé aussi la boite A0) qui résume le principe de la presse à injection**.**

Exercice 2 : (5 pts)

Pour injecter la pièce ci---dessus plusieurs positions de plan de joint sont possibles.

Montrez par un schéma simple la meilleure position de l'empreinte dans le moule.

Exercice 3 : (5 pts)

Soient deux machines d'injection plastique MA et MB.

La vis d'injection de MA a un diamètre nominale D est égale à 100 mm, son plus petit diamètre de tige dmin est de 50 mm et son grand diamètre de tige est de dmax 80 mm

La vis d'injection de MB a un diamètre nominale D est égale à 150 mm, son plus petit diamètre de tige dmin est de 60 mm et son grand diamètre de tige est de dmax 100 mm.

Démontrez quelle est la machine qui comprime beaucoup plus de matière.

Exercice 4 : (5 pts)

Expliquez-en bref le processus de thermoformage (principe, machine, différentes phases et produits)

Bon courage

	Examen du premier semestre **Module : Usinage à grande vitesse** **CORRECTION**	**Master II** **Fabrication mécanique et productique** Enseignant: BENNOUNA MED SALAH

Exercice 1: (1x3=3)

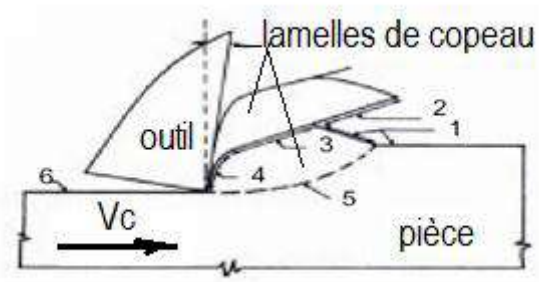
Citer les trois zones de vitesse de coupe pour les matériaux et monter dans quelle zone se situe l'UGV (faire un schéma)

Exercice 2:

a) **Dans un tableau (comme ci-dessous) faites une comparaison entre l'usinage conventionnel et l'UGV (concernant la formation du copeau, le phénomène thermique …) (0.5x4=2)**

Usinage conventionnel	UGV
1. le copeau est dentelé et formé d'éléments séparés 2. le copeau est généré par une rupture du matériau (des fragments de copeaux se détachent par la propagation de fissures) 3. les échanges thermiques entre le copeau et la pièce n'ont plus le temps d'avoir lieu 4. le matériau ne subit pas de traitement thermique local (trempe superficielle) qui modifie les caractéristiques de la pièce finie	1. Le copeau est continu ou discontinu selon le matériau usiné 2. le copeau est généré par un cisaillement du matériau 3. la zone de contacte outil/pièce subit une augmentation élevée de température 4. le matériau subit un traitement thermique local (trempe superficielle) qui modifie les caractéristiques de la pièce finie

b) **Faites un schéma par lequel vous expliquez la formation de copeau en UGV. (4points)**



Exercice 3: (0.5x6=3) : **répondre par vraie ou fausse en cochant les cases par (X) adéquates.**

	vraie	fausse
En UGV L'expérience montre que les efforts de coupe sont beaucoup plus sensibles à la vitesse d'avance qu'à la vitesse de coupe	X	
En UGV l'augmentation de la vitesse de coupe entraine une augmentation importante des efforts de coupe?		X
En UGV le PCD est utilisé pour l'usinage de la fonte et des aciers non alliés		X
Les revêtus TiN, TiAIN, TiCN. Ne sont pas utilisés en UGV à cause de leur dureté très élevée		X
Par contre en peut utiliser les outils en céramique en UGV	X	
Les outils en carbure métallique peuvent être utilisés en UGV	X	

Exercice 4: Expliquer pourquoi on ne peut pas utiliser un cône morse en UGV et donner une solution (1+2=3)

Non on ne peut pas utiliser (les porte-outils classiques) un cône morse en UGV car les efforts générés désolidarisent le cône mâle du cône femelle

*On utilise aujourd'hui des cônes **HSK**, qui réalisent une liaison avec un appui plan prépondérant garantissant un effort de serrage suffisant, une stabilité face aux vibrations, une grande rigidité et une meilleure répartition des efforts de coupe*

a) **citez trois solutions qui peuvent être adoptées en l'UGV pour remédier aux grandes vitesses de de rotation de la broche**. **(1x3=3)**

- *roulements à billes céramiques,*
- *paliers magnétiques,*
- *paliers hydrostatiques.*

b) Citer deux améliorations apportées à la chaine cinématique en UGV pour convaincre les grandes vitesses d'avances. (1x2=2)

- *vis à billes*
- *moteurs linéaires*

Bon courage

Université KasdiMerbah Ouargla
Faculté des Sciences Appliquées
Département Génie Mécanique

جامعة قاصدي مرباح ورقلــة
كلية العلوم التطبقية
قسم الهندسة الميكانيكية

Date: **17 /01 /2023 de 15h à 16h30**

Spécialité: **M2FMP**

Salles: **214-215**

Examen du S1 : usinage à grande vitesse

Exercice 1 : (5 points)

Citer les trois zones de vitesse de coupe pour les matériaux et monter dans quelle zone se situe l'UGV (faire un schéma)

Exercice 2 : (7 points)

Pour chaque élément cocher le type d'usinage approprié

élément	Usinage conventionnel	UGV
Cône morse		
Cône HSK		
Roulements BC		
Roulements à billes à céramique		
Chariots à filetage carré		
Chariots à vis à billes		
Moteurs linéaires		

Exercice 3 : (4 points)

Parmi les modélisations numériques de la coupe en UGV il existe la simulation par éléments finis.
Expliquer ce type de simulation (logiciels, méthode, résultats)

Exercice 4 : (4 points)

Expliquer les deux stratégies utilisées dans l'UGV pour l'usinage des poches

Bon courage

Correction examen Usinage des surfaces gauches M2 FMP

(Enseignant Bentaleb Fayçal)

Questions de cours: (8 pts)

1 - Définition des termes:

.) Courbe de Bézier: $M(t)$ décrit la courbe de Bézier de degré n avec $(n+1)$ points de contrôle, elle est définie comme une construction récursive de barycentres dans les rapports $(1-t)$ et t. (1)

.) Courbe de B-spline: C'est une courbe d'ordre m définie par:

-) Un vecteur de noeuds $U = (t_0, t_1, \dots, t_{n+1})$;

-) $(n+1)$ points de contrôle P_k. (1)

.) $(n+1)$ fonctions de pondération $S_{m,k}$ définies récursivement sur des intervalles $[t_k, t_{k+1}]$:

$$S_{m,k}(t) = \frac{t - t_k}{t_{k+m-1} - t_k} S_{m-1,k}(t) + \frac{t_{k+m} - t}{t_{k+m} - t_{k+1}} S_{m-1,k+1}(t).$$

2 - Pour concevoir une B-spline, on a besoin de:

.) Un ensemble de points de contrôle (P_i);

.) Un ensemble de noeuds (U); (1)

.) Un degré de courbe $(k-1)$.

3 - Les propriétés d'une courbe de Bézier sont:

.) La courbe est de degré n si elle a $(n+1)$ points de contrôle; (0,5)

.) La courbe passe par P_0 et P_n; (0,5)

.) La droite (P_0P_1) est tangente à $\mathcal{C}$ en P_0; (0,5)

.) La droite $(P_{n-1}P_n)$ est tangente à $\mathcal{C}$ en P_n. (0,5)

4 - La différence entre une B-spline à $k=2$ et une B-spline à $k=3$:

.) Une B-spline à $k=2$: Elle a un degré de courbe égal à 1, un nombre de noeuds égal à $(n+3)$ et le premier et le dernier noeuds sont dupliqués 2 fois. (0,5)

•) Une B-spline à k = 3 : Elle a un degré de courbe égal à 2, un nombre de noeuds égal à (n+4) et le premier et le dernier noeuds sont dupliqués 3 fois.

0,5

5- La différence entre une B-spline à noeuds périodiques et une B-spline à noeuds non périodiques est :

à Noeuds périodiques :

•) Le premier et le dernier noeuds ne sont pas dupliqués (même contribution);

1

•) La courbe ne passe pas par les points finaux;

•) Utilisé pour générer des courbes fermées.

à Noeuds non périodiques :

•) Le premier et le dernier noeuds sont dupliqués k fois,

1

•) La courbe passe par le premier et le dernier point de contrôle.

Exo 1 : (12 Pts)

1 - Les points de contrôles :

$$\overrightarrow{OM}(t) = \sum_{i=0}^{3} B_{i,3}(t) \cdot \overrightarrow{OP_i}$$

$$= B_{0,3}(t)\,\overrightarrow{OP_0} + B_{1,3}(t)\,\overrightarrow{OP_1} + B_{2,3}(t)\,\overrightarrow{OP_2} + B_{3,3}(t)\,\overrightarrow{OP_3}$$

(0,25)

·) $i = 0$:

$$B_{0,3}(t) = C_0^3\, t^0 (1-t)^{3-0}$$ (0,25)

$$C_0^3 = \frac{3!}{0!(3-0)!} = \frac{3!}{3!} = 1$$ (0,25)

$$B_{0,3}(t) = 1 \times 1 (1-t)^3 = (1-t)^2(1-t)$$

$$= (1-2t+t^2)(1-t)$$

$$= 1 - 2t + t^2 - t + 2t^2 - t^3$$

$$= -t^3 + 3t^2 - 3t + 1$$ (0,25)

·) $i = 1$:

$$B_{1,3}(t) = C_1^3\, t^1 (1-t)^{3-1}$$ (0,25)

$$C_1^3 = \frac{3!}{1!(3-1)!} = \frac{3!}{1!2!} = 3$$ (0,25)

$$B_{1,3}(t) = 3t(1-t)^2 = 3t(1-2t+t^2)$$

$$= 3t - 6t^2 + 3t^3$$

$$= 3t^3 - 6t^2 + 3t$$ (0,25)

·) $i = 2$:

$$B_{2,3}(t) = C_2^3\, t^2 (1-t)^{3-2}$$ (0,25)

$$C_2^3 = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{3!}{2!\,1!} = 3$$ (0,25)

$$B_{2,3}(t) = 3t^2(1-t) = 3t^2 - 3t^3$$

$$= -3t^3 + 3t^2$$ (0,25)

·) $i = 3$:

$$B_{3,3}(t) = C_3^3\, t^3 (1-t)^{3-3}$$ (0,25)

$$C_3^3 = \frac{3!}{3!(3-3)!} = \frac{3!}{3!\,0!} = 1$$ (0,25)

$$B_{3,3}(t) = 1 \times t^3 (1-t)^0 = t^3$$ (0,25)

Vérification :

$\sum B_{i,3}(t) = B_{0,3}(t) + B_{1,3}(t) + B_{2,3}(t) + B_{3,3}(t)$ 0,25

$= (-t^3 + 3t^2 - 3t + 1) + (3t^3 - 6t^2 + 3t) + (-3t^3 + 3t^2) + t^3$

$\boxed{= 1}$ Donc vérifiée. 0,25

D'où :

$\overrightarrow{OM}(t) = (-t^3 + 3t^2 - 3t + 1)\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + (3t^3 - 6t^2 + 3t)\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + (-3t^3 + 3t^2)\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} + t^3\begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \end{pmatrix}$ 0,25

$f(t) = -x_0 t^3 + 3x_0 t^2 - 3x_0 t + x_0 + 3x_1 t^3 - 6x_1 t^2 + 3x_1 t - 3x_2 t^3 + 3x_2 t^2 + x_3 t^3$

$= t^3(-x_0 + 3x_1 - 3x_2 + x_3) + t^2(3x_0 - 6x_1 + 3x_2) + t(-3x_0 + 3x_1) + x_0$ 0,25

Nous avons : $f(t) = -2t^3 + 12t^2 - 6t + 1$. Donc :

$$\begin{cases} -x_0 + 3x_1 - 3x_2 + x_3 = -2 \quad \ldots (1) \\ 3x_0 - 6x_1 + 3x_2 = 12 \quad \ldots (2) \\ -3x_0 + 3x_1 = -6 \quad \ldots (3) \\ x_0 = 1 \end{cases}$$ 0,25 0,25 0,25

D'où :

$\boxed{x_0 = 1}$ 0,25

(3) $\Rightarrow -3x_0 + 3x_1 = -6$

$\Rightarrow x_1 = (-6 + 3x_0)/3 = \dfrac{-6 + 3\times 1}{+3} = \boxed{-1}$ 0,25

(2) $\Rightarrow x_2 = \dfrac{12 - 3x_0 + 6x_1}{3} = \dfrac{12 - 3\times 1 + 6(-1)}{3} = \boxed{1}$ 0,25

(1) $\Rightarrow x_3 = -2 + x_0 - 3x_1 + 3x_2 = -2 + 1 - 3(-1) + 3(1) = \boxed{5}$ 0,25

$g(t) = -y_0 t^3 + 3y_0 t^2 - 3y_0 t + y_0 + 3y_1 t^3 - 6y_1 t^2 + 3y_1 t - 3y_2 t^3 + 3y_2 t^2 + y_3 t^3$ 0,25

$= t^3(-y_0 + 3y_1 - 3y_2 + y_3) + t^2(3y_0 - 6y_1 + 3y_2) + t(-3y_0 + 3y_1) + y_0$ 0,25

Nous avons $g(t) = -8t^3 + 12t^2 - 2$

$$\begin{cases} -y_0+3y_1-3y_2+y_3=-8 \quad \dots (4) \quad 0,25 \\ 3y_0-6y_1+3y_2=12 \quad \dots (5) \quad 0,25 \\ -3y_0+3y_1=0 \quad \dots (6) \quad 0,25 \\ y_0=-2 \Rightarrow \boxed{y_0=-2} \quad 0,25 \end{cases}$$

$(6) \Rightarrow y_1 = \dfrac{3y_0}{3} = \dfrac{3(-2)}{3} = \boxed{-2}$ 0,25

$(5) \Rightarrow y_2 = \dfrac{12-3y_0+6y_1}{3} = \dfrac{12-3(-2)+6(-2)}{3} = \boxed{2}$ 0,25

$(4) \Rightarrow y_3 = -8+y_0-3y_1+3y_2 = -8-2-3(-2)+3(2) = \boxed{2}$ 0,25

Donc :

$P_0(1;-2)$ 0,25 , $P_1(-1;-2)$ 0,25 , $P_2(1;2)$ 0,25 et $P_3(5;2)$ 0,25.

2 - L'expression de $\vec{OM}(t)$ en fonction des vecteurs.

$$\vec{OM}(t) = \vec{V_0} + f_1(t)\vec{V_1} + f_2(t)\vec{V_2} + f_3(t)\cdot\vec{V_3} \quad 0,25$$

$$= \vec{OP_0} + f_1(t)(\vec{P_0P_1}) + f_2(t)(\vec{P_1P_2}) + f_3(t)(\vec{P_2P_3}) \quad 0,25$$

$$= \vec{OP_0} + f_1(t)[\vec{P_0O}+\vec{OP_1}] + f_2(t)[\vec{P_1O}+\vec{OP_2}] + f_3(t)[\vec{P_2O}+\vec{OP_3}]$$

$$= \vec{OP_0} - f_1(t)\vec{OP_0} + f_1(t)\vec{OP_1} - f_2(t)\vec{OP_1} + f_2(t)\vec{OP_2} - f_3(t)\vec{OP_2} + f_3(t)\vec{OP_3}$$

$$= \vec{OP_0}(1-f_1(t)) + \vec{OP_1}(f_1(t)-f_2(t)) + \vec{OP_2}(f_2(t)-f_3(t)) + f_3(t)\vec{OP_3}. \quad 0,25$$

Nous avons :

$$\vec{OM}(t) = (-t^3+3t^2-3t+1)\vec{OP_0} + (3t^3-6t^2+3t)\vec{OP_1} + (-3t^3+3t^2)\vec{OP_2} + t^3\vec{OP_3}$$

Donc :

$$\begin{cases} -t^3+3t^2-3t+1 = 1-f_1(t) \quad \dots (1) \quad 0,25 \\ 3t^3-6t^2+3t = f_1(t)-f_2(t) \quad \dots (2) \quad 0,25 \\ -3t^3+3t^2 = f_2(t)-f_3(t) \quad \dots (3) \quad 0,25 \\ t^3 = f_3(t) \Rightarrow \boxed{f_3(t)=t^3} \quad 0,25 \end{cases}$$

③ $\Rightarrow f_2(t) = -3t^3 + 3t^2 + f_3(t)$

$= -3t^3 + 3t^2 + t^3 = \boxed{-2t^3 + 3t^2}$ (0,25)

② $\Rightarrow f_1(t) = 3t^3 - 6t^2 + 3t + f_2(t)$

$= 3t^3 - 6t^2 + 3t - 2t^3 + 3t^2 = \boxed{t^3 - 3t^2 + 3t}$ (0,25)

Donc :

$$\boxed{\overrightarrow{OM}(t) = \vec{V_0} + (t^3 - 3t^2 + 3t)\,\vec{V_1} + (-2t^3 + 3t^2)\,\vec{V_2} + t^3\,\vec{V_3}}$$

(0,5)

Université KASDI Merbah Ouargla
Département de Génie Mécanique

Date : 18/01/2023
Niveau : M2 FMP

Module : Usinage des surfaces gauches

Durée : 1 heure 30 min

Sujet d'examen

Questions de cours : (8 Pts)

1. Définir les termes suivants : Courbe de Bézier et Courbe B-Spline. **(2 pts)**
2. Pour concevoir une courbe B-Spline, nous avons besoin de quoi ? **(1 pt)**
3. Citer les propriétés d'une courbe de Bézier. **(2 pts)**
4. Quelle est la différence entre une B-Spline à K=2 et une B-Spline à K=3 ? **(1 pt)**
5. Quelle est la différence entre une B-Spline à nœuds non périodiques et une B-Spline à nœuds périodiques ? **(2 pts)**

Exercice : (12 pts)

1. Trouver les coordonnées des points de contrôles d'une courbe de Bézier de degré 3 donnée par la représentation paramétrique suivante :

$$\begin{cases} f(t) = -2t^3 + 12t^2 - 6t + 1 \\ g(t) = -8t^3 + 12t^2 - 2 \end{cases}$$

1. Trouver l'expression finale de $\overrightarrow{OM}(t)$ en fonction des vecteurs associés à ces points de contrôles.

Bon Courage