Nom :.....Prénom :.....Groupe :.....

Examen de théorie du champ électromagnétique
Durée : 1h30mn

Exercice 1 : Analyse vectorielle (4 pts)

On considère les champs suivants :

$$V(x,y) = x^2 - y^2$$
$$\vec{A}(x,y,z) = y^2\,\vec{u}_x + xz\,\vec{u}_y + xyz\,\vec{u}_z$$

1. Calculer le gradient du champ scalaire V au point $M(1,2)$. **(1 pt)**

   .....

   .....

   .....

2. Calculer le laplacien du champ scalaire V au point $M(1,2)$. **(1 pt)**

   .....

   .....

   .....

3. Calculer la divergence du champ vectoriel $\vec{A}$ au point $M(1,2,3)$. **(0,75 pt)**

   .....

   .....

   .....

4. Calculer le rotationnel du champ vectoriel $\vec{A}$ au point $M(1,2,3)$. **(1,25 pts)**

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

Exercice 01 : Électrostatique (7 points)

Une sphère de rayon $R = 10\,\text{cm}$ et de centre O est chargée uniformément avec une densité surfacique $\sigma = 2,655\,\mu\text{C/m}^2$. Soit un point $M(r,\theta,\varphi)$ quelconque dans un espace de coordonnées sphériques de vecteurs unitaires $\vec{u}_r$, $\vec{u}_\theta$ et $\vec{u}_\varphi$.
Données : $\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}\,\text{F/m}$

1. En utilisant le théorème de Gauss sous sa forme intégrale, déterminer le champ électrostatique $\vec{E}$ en tout point M de l'espace. **(2,5 pts)**

   .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Calculer le champ électrostatiques en un point M situé à une distance $r = 20\,\text{cm}$. **(0,75 pt)**

.....

3. Calculer la valeur maximale du champ électrostatiques. **(0,75 pt)**

.....

4. Déduire le potentiel électrostatique en tout point M de l'espace.**(2 pts)**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. Calculer le potentiel électrostatiques en $r = 5\,\text{cm}$ et en $r = 20\,\text{cm}$. **(1 pt)**

.....

.....

Exercice 2 : Induction électromagnétique (9 points)

Un conducteur cylindrique infini d'axe (Oz), de rayon $R = 10\,\text{cm}$ est parcouru par un courant continu de densité uniforme et d'intensité $I = 4A$, orienté dans le sens négatif de l'axe (Oz).
Soit un point $M(r, \theta, z)$ quelconque dans un espace de coordonnées cylindriques de vecteurs unitaires $\vec{u}_r$, $\vec{u}_\theta$ et $\vec{u}_z$.
On donne : $\mu_0 = 4\pi\, 10^{-7}\,\text{H/m}$

$$\overrightarrow{rot}\,\vec{A} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z}\right)\vec{u}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right)\vec{u}_\theta + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial\,(rA_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta}\right)\vec{u}_z$$

1. En utilisant le théorème d'Ampère sous sa forme intégrale, déterminer le champ magnétostatique $\vec{B}$ en tout point M de l'espace. **(2 pts)**

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

2. Calculer la valeur maximale de l'intensité du champ magnétostatique.**(0,75 pt)**

   .....

3. Déduire le potentiel magnétique vecteur $\vec{A}$ en tout point M de l'espace, en sachant que le potentiel magnétique est nul sur l'axe du cylindre. **(1,5 pts)**

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

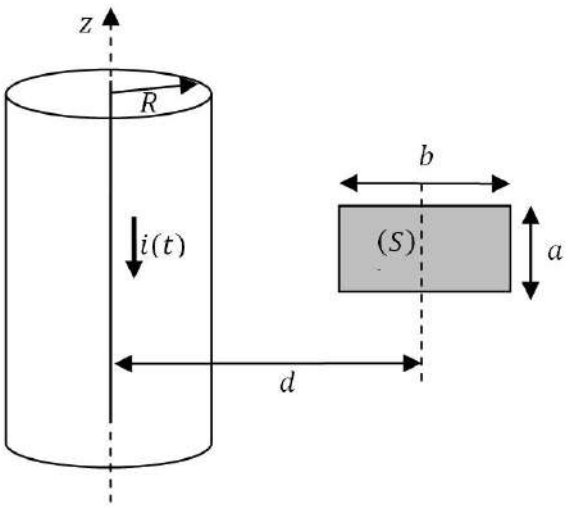
   .....

4. Calculer l'intensité du potentiel magnétique vecteur en $r = R$. **(0,75 pt)**

   .....

   .....

Maintenant, le conducteur est parcouru par un courant variable $i(t) = I_0 \sin \omega\, t\, (I_0 = 4A, f = 50\text{Hz})$, orienté dans le sens négatif de l'axe (Oz). Une bobine rectangulaire de $N = 1000$ spires de longueur $b = 4\,\text{cm}$ et de largeur $a = 2\,\text{cm}$. La distance entre l'axe (Oz) et l'axe de la bobine est égale à $d = 14\,\text{cm}$.



5. Déterminer le flux du champ magnétique à travers la surface de la bobine. **(1,5 pts)**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. Calculer le force électromotrice induite dans la bobine. **(1,25 pts)**

.....

.....

.....

.....

7. Calculer la valeur de la force électromotrice induite dans la bobine à l'instant $t = 0,02\,\text{s}$. **(1,25 pts)**

.....

.....

Bon courage

Corrigé de l'examen de théorie du champ électromagnétique

Exercice 1 : Analyse vectorielle (4 pts)

On considère les champs suivants :

$$V(x,y) = x^2 - y^2$$

$$\vec{A}(x,y,z) = y^2\,\vec{u}_x + xz\,\vec{u}_y + xyz\,\vec{u}_z$$

8. Calculer le gradient du champ scalaire V au point $M(1,2)$. **(1 pt)**

$$\overrightarrow{grad}\,V = \vec{\nabla} V = \frac{\partial V}{\partial x}\,\vec{u}_x + \frac{\partial V}{\partial y}\,\vec{u}_y = 2x\,\vec{u}_x - 2y\,\vec{u}_y \;\; (0,75\,pt)$$

$$\overrightarrow{grad}\,V(1,2) = 2\,\vec{u}_x - 4\,\vec{u}_y \;\; (0,25\,pt)$$

9. Calculer le laplacien du champ scalaire V au point $M(1,2)$. **(1 pt)**

$$\Delta\,V = \vec{\nabla}\,.\,\vec{\nabla}\,V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 2 - 2 = 0 \;\; (1\,pt)$$

10. Calculer la divergence du champ vectoriel $\vec{A}$ au point $M(1,2,3)$. **(0,75 pt)**

$$div\,\vec{A} = \vec{\nabla}\,.\,\vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} = xy \;\; (0,5\,pt)$$

$$div\,\vec{A}(1,2,3) = 2 \;\; (0,25\,pt)$$

11. Calculer le rotationnel du champ vectoriel $\vec{A}$ au point $M(1,2,3)$. **(1,25 pts)**

$$\overrightarrow{rot}\,\vec{A} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\vec{u}_x + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\vec{u}_y + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\vec{u}_z$$

$$\overrightarrow{rot}\,\vec{A} = (xz - x)\,\vec{u}_x - yz\,\vec{u}_y + (z - 2y)\,\vec{u}_z \;\; (0,75\,pt)$$

$$\overrightarrow{rot}\,\vec{A}(1,2,3) = 2\,\vec{u}_x - 6\,\vec{u}_y - \vec{u}_z \;\; (0,5\,pt)$$

Exercice 01 : Électrostatique (7 points)

1. En utilisant le théorème de Gauss sous sa forme intégrale, déterminer le champ électrostatique $\vec{E}$ en tout point M de l'espace. **(2,5 pts)**

$$\oiint_{(S_G)} \vec{E}\,.\,\mathrm{d}\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

où la surface de Gauss (S_G) est une sphère de centre (O) et de rayon r.

$$E = \frac{Q_{int}}{4\pi\varepsilon_0\,r^2}$$

Cas $(r < R)$ **:** $Q_{int} = 0 \;\; (0,5\,pt) \Rightarrow E(r) = 0 \;\; (0,5\,pt)$

Cas $(r > R)$ **:** $Q_{int} = \sigma\,4\pi R^2 \;\; (0,75\,pt) \Rightarrow E(r) = \dfrac{\sigma R^2}{\varepsilon_0}\dfrac{1}{r^2} \;\; (0,75\,pt)$

2. Calculer le champ électrostatiques en un point M situé à une distance $r = 20\,\mathrm{cm}$. **(0,75 pt)**

$$E(r = 20\,\mathrm{cm}) = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0}\frac{1}{r^2} = 75000\,\mathrm{V/m} \;\; (0,75\,pt)$$

3. Calculer la valeur maximale du champ électrostatiques. **(0,75 pt)**

$$\boldsymbol{E_{max} = E(r=R) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = 300000\,\mathrm{V/m}\ (0,75\,pt)}$$

4. Déduire le potentiel électrostatique en tout point M de l'espace.**(2 pts)**

$$\boldsymbol{\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,V = -\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}r}\vec{u}_r \Rightarrow E(r) = -\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}r}}$$

Cas $(r > R)$:

$$\boldsymbol{E(r) = \frac{\sigma\,R^2}{\varepsilon_0}\frac{1}{r^2} = -\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}r} \Rightarrow V(r) = \frac{\sigma\,R^2}{\varepsilon_0\,r} + C_1}$$

Le potentiel électrostatique est nul lorsque r tend vers l'infini, donc $C_1 = 0$.

$$\boldsymbol{V(r) = \frac{\sigma\,R^2}{\varepsilon_0\,r}\ (1\,pt)}$$

Cas $(r < R)$:

$$\boldsymbol{E(r) = 0 = -\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}r} \Rightarrow V(r) = C_2}$$

Le potentiel électrostatique est continu en $r = R$, alors :

$$\boldsymbol{V(R) = \frac{\sigma\,R}{\varepsilon_0} = C_2 \Longrightarrow V(r) = \frac{\sigma\,R}{\varepsilon_0}\ (1\,pt)}$$

5. Calculer le potentiel électrostatiques en $r = 5\,\mathrm{cm}$et en $r = 20\,\mathrm{cm}$. **(1 pt)**

$$\boldsymbol{V(r = 5\,\mathrm{cm}) = \frac{\sigma\,R}{\varepsilon_0} = 30000\,\mathrm{V}\ (0,5\,pt)}$$

$$\boldsymbol{V(r = 20\,\mathrm{cm}) = \frac{\sigma\,R^2}{\varepsilon_0\,r} = 15000\,\mathrm{V}\ (0,5\,pt)}$$

Exercice 2 : Induction électromagnétique (9 points)

1. En utilisant le théorème d'Ampère sous sa forme intégrale, déterminer le champ magnétostatique $\vec{B}$ en tout point M de l'espace. **(2 pts)**

$$\boldsymbol{\oint_{(C)} \vec{B}\,.\,\mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 \sum I}$$

Le contour (C) est un cercle de rayon r contenu dans un plan perpendiculaire à l'axe (Oz) et centré sur cet axe, orienté dans le même sens que $\vec{u}_\theta$.

$$\boldsymbol{\vec{B}(M) = B(r)\,\vec{u}_\theta = \frac{\mu_0 \sum I}{2\pi\,r}\,\vec{u}_\theta}$$

Pour $r < R$: $\boldsymbol{\sum I = -I\frac{r^2}{R^2}\ (0,5\,pt) \Longrightarrow B(r) = -\frac{\mu_0\,I}{2\pi\,R^2}\,r\ (0,5\,pt)}$

Pour $r > R$: $\boldsymbol{\sum I = I\ (0,5\,pt) \Longrightarrow B(r) = -\frac{\mu_0\,I}{2\pi}\,\frac{1}{r}\ (0,5\,pt)}$

2. Calculer la valeur maximale de l'intensité du champ magnétostatique.**(0,75 pt)**

$$\boldsymbol{B_{max} = B(r=R) = \frac{\mu_0\,I}{2\pi\,R} = 8\times10^{-6}\,\mathrm{T}\ (0,75\,pt)}$$

3. Déduire le potentiel magnétique vecteur $\vec{A}$ en tout point M de l'espace, en sachant que le potentiel magnétique est nul sur l'axe du cylindre. **(1,5 pts)**

$$\vec{B}(M) = \overrightarrow{rot}\,\vec{A}(M)$$

Comme c'était le cas pour le champ magnétique, le potentiel vecteur $\vec{A}$ dépend uniquement de la variable r, on aura :

$$B(r) = -\frac{\mathrm{d}A(r)}{\mathrm{d}r}$$

Pour $r < R$:

$$B(r) = -\frac{\mu_0\, I}{2\pi\, R^2}\, r = -\frac{\mathrm{d}A(r)}{\mathrm{d}r} \Longrightarrow A(r) = \frac{\mu_0\, I}{4\pi\, R^2}\, r^2 + C_1$$

$$A(r=0) = C_1 = 0 \Longrightarrow A(r) = \frac{\mu_0\, I}{4\pi\, R^2}\, r^2 \ (0,75\, pt)$$

Pour $r > R$:

$$B(r) = -\frac{\mu_0\, I}{2\pi}\,\frac{1}{r} = -\frac{\mathrm{d}A(r)}{\mathrm{d}r} \Rightarrow A(r) = \frac{\mu_0\, I}{2\pi}\, ln(r) + C_2$$

$$A(r=R) = \frac{\mu_0\, I}{2\pi}\, ln(R) + C_2 = \frac{\mu_0\, I}{4\pi} \Longrightarrow C_2 = \frac{\mu_0\, I}{4\pi} - \frac{\mu_0\, I}{2\pi}\, ln(R)$$

$$A(r) = \frac{\mu_0\, I}{4\pi} + \frac{\mu_0\, I}{2\pi}\, ln\left(\frac{r}{R}\right)$$

4. Calculer l'intensité du potentiel magnétique vecteur en $r = R$. **(0,75 pt)**

$$A(r=R) = \frac{\mu_0\, I}{4\pi} = 4 \times 10^{-7}\,\mathrm{T.m}\ (0,75\, pt)$$

5. Déterminer le flux du champ magnétique à travers la surface de la bobine. **(1,5 pts)**

$$\phi = N \iint_{(S)} \vec{B}\,.\mathrm{d}\vec{S} = -N\frac{\mu_0}{2\pi}\, i(t) \int \mathrm{d}z \int_{d-\frac{b}{2}}^{d+\frac{b}{2}} \frac{\mathrm{d}r}{r}$$

$$\phi = -N\frac{\mu_0}{2\pi}\, a \ln\left(\frac{d+\frac{b}{2}}{d-\frac{b}{2}}\right) I_0 \sin(\omega t)\ (1,5\, pts)$$

6. Calculer le force électromotrice induite dans la bobine. **(1,25 pts)**

$$e = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = N\frac{\mu_0\,\omega}{2\pi}\, a \ln\left(\frac{d+\frac{b}{2}}{d-\frac{b}{2}}\right) I_0 \cos(\omega t)\ (1,25\, pts)$$

7. Calculer la valeur de la force électromotrice induite dans la bobine à l'instant $t = 0,02\,\mathrm{s}$. **(1,25 pts)**

$$e(t = 0,02s) = 1,446\,\mathrm{mV}\ (1,25\, pts)$$

Enseignant: Taibi Djamel

L3 : Electrotechnique

Module : Logiciels de simulation

Durée : 1 h

Examen

Nom : .....

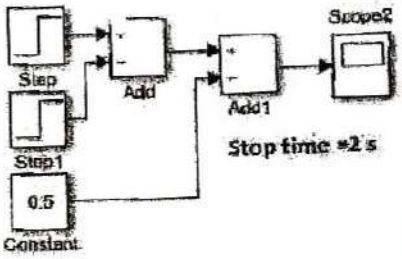
Prénom : Taibi Djamel

Groupe : .....

1) Soit le schéma fonctionnel suivant :

Step = { 1 t < 0.5 s ; 2 t>=0.5 s }

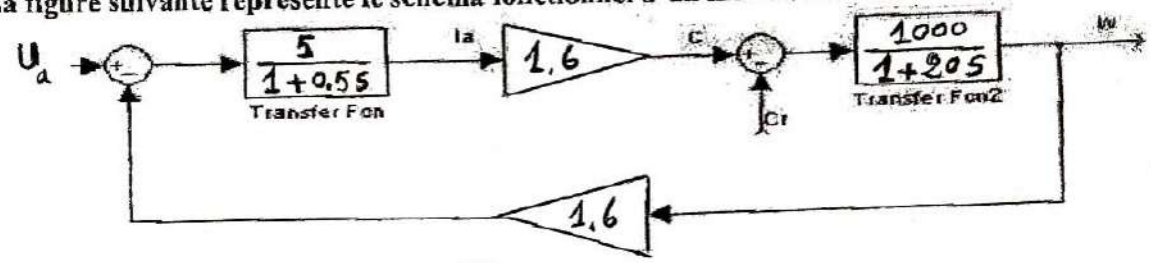
Step1 = { 0 t < 1 s ; 2 t>=1 s }



01

La valeur finale dans le scope 2 est : ☐ 2 ☐ 1 ☐ 0,5 ☐ 0 ☒ -0.5 ☐ -1

2) La figure suivante représente le schéma fonctionnel d'un moteur à courant continu à flux constant.



La valeur de la Résistance Ra est :	☒ 0.2	☐ 0.1	☐ 0.02	☐ 0.001	☐ 1.6
La valeur de l'inductance La est :	☐ 0.2	☒ 0.1	☐ 0.02	☐ 0.001	☐ 1.6
La valeur de la constante du couple Ke est :	☐ 0.2	☐ 0.1	☐ 0.02	☐ 0.001	☒ 1.6
La valeur de moment d'inertie J est :	☐ 0.2	☐ 0.1	☒ 0.02	☐ 0.001	☐ 1.6
La valeur de coefficient de frottement fr est :	☐ 0.2	☐ 0.1	☐ 0.02	☒ 0.001	☐ 1.6

01 01 01 01 01

3) L'acronyme MATLAB signifiant:

MAThematics LABoratory ☐ MATrix LAByrinth ☐ MATrix LABoratory ☒

01

4) MATLAB est développé et commercialisé par la société : Microsoft ☐ Borland ☐ MathWorks ☒

01

5) MATLAB est un langage de programmation : Compilé ☐ Interprété ☒

01

6) La fenêtre nommée «Workspace» permet de :

0,25 ☒ formuler les expressions et interagir avec MATLAB.

☐ Indiquer toutes les variables stockées en mémoire.

0,25 ☒ Garder la trace de toutes les commandes entrées

0,5

7) Le langage MATLAB est sensible à la casse : ☒ Vrai ☐ Faux

8) Pour effacer le contenu de «Command Window», on utilise :

☐ La commande « clear »

☐ La commande « close »

01 ☒ La commande « clc »

9- En MATLAB, la commande « whos » est utilisée pour :

01 ☒ Affiche toutes les variables définies dans le wokspace.

☐ Affiche la documentation officielle de MATLAB

☐ Affiche le logo de MATLAB

10- Le Simulink est :

01 ☒ un logiciel de simulation et de modélisation de systèmes dynamique.
☐ un logiciel de calcul numérique matriciel à syntaxe simple.
01 ☒ un environnement de schémas bloc utilisé pour concevoir des systèmes avec des modèles multi domaines.

11- En électrotechnique, la simulation :

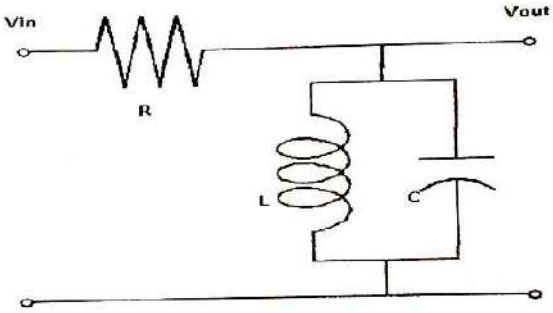
☐ ne donne pas de résultats proches de la réalité, et donc les résultats obtenus ne sont pas fiables
01 ☒ permet d'obtenir des résultats lorsque le matériel nécessaire manque.
01 ☒ ne remplacera jamais totalement l'expérimentation.

12- Lorsque les commandes ci-dessous sont exécutées dans MATLAB
x=2*3 ;
y=2*x
MATLAB renvoie les commandes suivantes ?

01

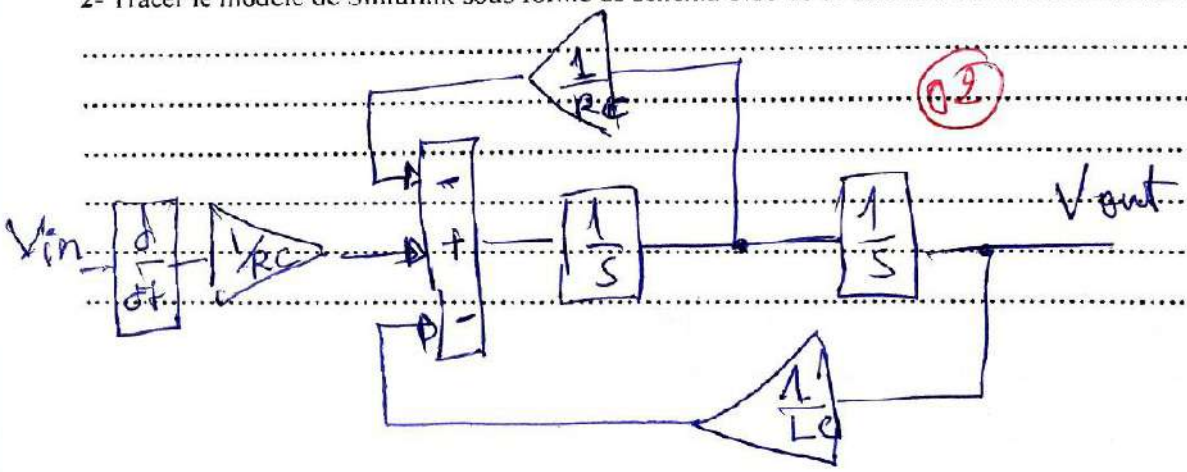
☐ x = 2*3 y = 12 ☐ x=6 y = 12 ☐ x=6 y=2*2*3 ☒ y=12

13- Dans le circuit suivant : on impose la tension d'entrée **Vin** et on mesure la tension de sortie **Vout** (les conditions initiales sont nulles)



1- Donnez la fonction de transfert de circuit **Vout/Vin** : .....

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{1}{RC}S}{S^2 + \frac{1}{RC}S + \frac{1}{LC}}$$ 01

2- Tracer le modèle de Simulink sous forme de schéma bloc de ce circuit : .....

02