

Examen N°1

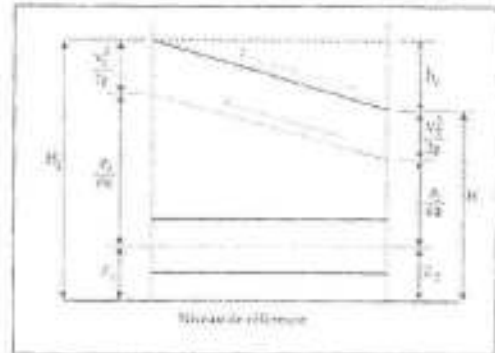
« Mécanique des fluides »
 -2eme année licence Hydraulique et génie civil -
 -Conditions particulières : Aucun document n'est autorisé-

Question de cours

A. Indiquer les unités des paramètres suivants :

Paramètre	Unité	Paramètre	Unité
- Vitesse d'écoulement		- Pression	
- Masse volumique		- Densité	
- Débit volumique		- Viscosité dynamique	

- B. Citer les différents types des fluides newtoniens
 C. Quelles sont les propriétés physiques des fluides
 D. Donner la définition d'un fluide incompressible.
 E. Citer les différents types d'écoulement
 F. Compléter le schéma ci-dessous :



Exercice 1 :

La figure ci-dessous représente un réservoir, contenant trois liquides différents. Trouver la pression au fond du réservoir.



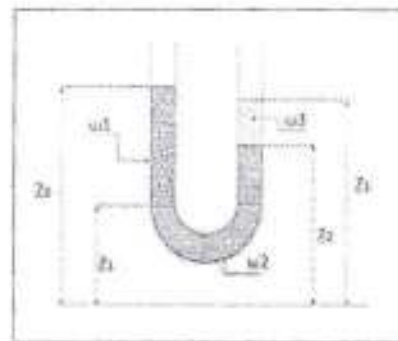
Exercice 2 :

Étudier l'équilibre du tube en U contenant trois liquides, représenté ci-contre.

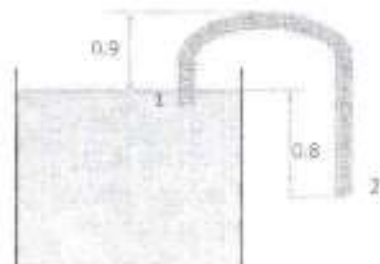
On donne :

- $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$ (Eau)
- $\rho_2 = 136000 \text{ kg/m}^3$ (Hg)
- $\rho_3 = 700 \text{ kg/m}^3$ (Essence)
- $Z_0 - Z_1 = 0,2\text{m}$
- $Z_3 - Z_2 = 0,1\text{m}$
- $Z_1 + Z_2 = 1\text{m}$

Calculer Z_0, Z_1, Z_2, Z_3



Exercice 3 On considère le siphon schématisé par la figure ci-contre le diamètre de la conduite est de 2 cm
 Les pertes de charge entre les points 1 et 2 est de 0,1m
 On vous demande de calculer la vitesse et la pression au point 2



Question de cours (0,25 x 6) = 1,5

Paramètre	Unité	Paramètre	Unité
- Vitesse d'écoulement	m/s	- Pression	Bar
- Masse volumique	Kg/m ³	- Densité	-
- Débit volumique	m ³ /s	- Viscosité dynamique	Po. s

العلامه

B/ fluide parfait, fluide réel, fluide incompressible

fluide compressible (0,25 x 4) = 1

C/ masse volumique; Poids volumique; Densité
viscosité; pression de va pur; Tension superficielle
capillarité... etc.

D/ fluide incompressible: lorsque le volume

occupé par un corps ne varie pas en fonction
de la pression extérieure les liquides peuvent être
classés comme des fluides incompressibles

E/ ~~laminar~~: Turbulent laminaire (2 x 0,5) = 1

1: ligne de charge (0,25) = 0,25
2: ligne piézométrique (0,25) = 0,25

اسم و لقب
المصحح

1

الإمضاء

24

1

Exercice 3.03

$$P_1 = P_2 = P_{atm}$$

3

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V^2}{2g} + z = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V^2}{2g} + z + H_L$$

$$0 + 0 + 0,8 = 0 + \frac{V^2}{2g} + 0 + 0,1$$

$$V = 3,70 \text{ m/s}$$



3

Exercice 03

$$P_a + \rho g h = 34000 + (820 \times 9,81 + 3 \times 900 \times 9,81 + (2 \times 1000 \times 9,81)) =$$

$$34000 + 8044,2 + 26487 + 19620 = 88,151 \text{ kPa}$$

Exercice 02

P_0 = la pression entre deux points

$$P_2 - P_1 = \rho (h_2 - h_1)$$

$$P_0 = P_3 = P_a + \rho h$$

une phrase lyri
(2)

$$P_1 - P_0 = \rho (z_0 - z_1)$$

$$P_3 - P_2 = \rho (z_2 - z_3)$$

$$P_2 - P_1 = \rho (z_1 + z_2)$$

en faisant la Σ de ces trois équations

$$z_0 = 0,695 \text{ m} ; z_1 = 0,495 ; z_2 = 0,505 \text{ m}$$

$$z_3 = 0,605 \text{ m}$$

0,4 (2x4)

Note

et Prénom(s)
Correcteur

Signature

Les Vibrations et les Ondes Mécanique		الاهتزازات و الامواج الميكانيكية
المدة: ساعة ونصف (01h30)	امتحان: السداسي 3	التاريخ: 2019/01/15
الفوج:	اللقب:	الاسم:

تختار اجابة واحدة فقط بوضع علامة X و تكمل الاجابة على النقاط المستمرة ان وجدت:

تمرين 01:

جسم كتلته 20kg يتحرك على المحور x حركة توافقية بسيطة في البداية كان الجسم على بعد 4m من المبدأ و كانت سرعته 15m/s و تسارعه 100m/s² متجه نحو المبدأ. أوجد:

1. موضع الجسم عند اللحظة $x(t) = \dots 5 \sin(5t + 0.92) \dots$
2. الزمن الدوري $T = \dots 1.25 \text{ s} \dots$ و التردد $f = \dots 0.79 \text{ Hz} \dots$
3. القوة المطبقة على الجسم عند الزمن $t = \pi/10 \text{ sec}$ $F = \dots 75.60 \text{ N} \dots$

تمرين 02: في النظام المقابل (الشكل 1) قرص كتلته M و نصف قطره R نثبت عند مركزه ساق مهمله الكتلة طولها L تحمل في نهايتها كتلة نقطية m على مسافة a من المركز نثبت نابض ثابت مرونته K القرص قابل لتدحرج بدون انزلاق على المستوي الافقي ناخذ: $M=2m, L=2R, a=R/2, KR=2mg$

1. تكتب الطاقة الحركية على الشكل: $E_c = \frac{1}{2} b \dot{\theta}^2$ حيث b يساوي:

- (أ) $2mR^2$ (ب) $6mR^2$ (ج) $8mR^2$ (د) $10mR^2$ (هـ) $9mR^2$

2. تكتب الطاقة الكامنة بدون شرط التوازن على الشكل $E_p = \frac{1}{2} d \theta^2$ حيث d يساوي:

- (أ) $\frac{3}{2} mgR$ (ب) $\frac{1}{2} mgR$ (ج) $\frac{5}{2} mgR$ (د) $\frac{1}{4} mgR$ (هـ) $2mgR^2$

3. اكتب المعادلة التفاضلية على الشكل $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$

$$\ddot{\theta} + \frac{ka^2 - mgR}{12mR^2} \theta = 0$$

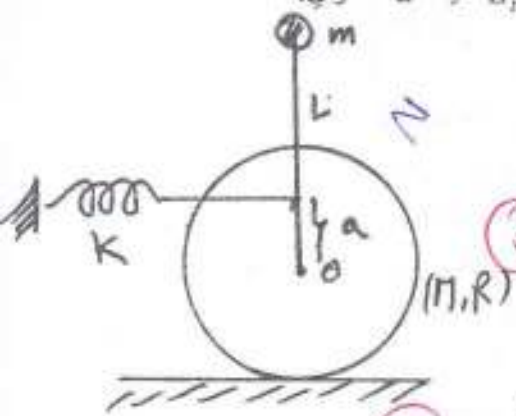
4. فان مربع النبط الطبيعي لهذه الحركة يساوي:

- (أ) $0.3g/R$ (ب) $0.5g/R$ (ج) $0.8g/R$ (د) $0.2g/R$ (هـ) g/R

5. شرط اهتزاز هذا النظام: $ka^2 - mgR > 0$

6. معادلة الحركة من اجل الشروط الابتدائية: $\theta(0)=0$ و $\dot{\theta}(0)=25 \text{ rad/s}$

$$\theta(t) = \frac{25}{\omega} \sin(\omega t) \quad \omega^2 = \dots$$



التمرين الثاني: النظام في الشكل (2) ساق معدنية مهملة الكتلة طولها L_1 تحمل في نهايتها كتلة نقطية m_1 تتصل في النقطة O مع ساقين مهملا الكتلة طولهما L_2 و L_3 يحملان في نهايتهما كتلتين نقطيتين m_2 و m_3 على الترتيب تشكل فيما بينها زوايا قائمة. الكتلة m_1 متصلة بمخمد ثابتته α و ال كتلة m_3 متصلة بنابض ثابت مرونته K، يمر بالنقطة O محور دوران. نزيح النظام عن وضع توازنه و نتركه يتحرك بزوايا صغيرة جدا. في حالة $L=L_1=L_2=2L_3$ و $m=m_1=m_2=m_3/4$ و $KL=8mg$

تعطى الطاقة الحركية T للنظام تساوي: $\frac{1}{2} \dot{\theta}^2 (5mL^2)$

إذا كانت الطاقة الكامنة U للنظام تساوي:

$$U = \frac{1}{2} K \left(\frac{L}{2} \theta + \Delta x \right)^2 - 3mgL\theta - mgL \frac{\theta^2}{2}$$

1. فإن شرط التوازن هو:

$$-3mgL + K \frac{L}{2} \Delta x = 0 \quad (\text{ب}) \quad mgL + K \Delta x = 0 \quad (\text{أ})$$

$$-3mgL + K \Delta x = 0 \quad (\text{د}) \quad \Delta x = 0 \quad (\text{ج})$$

2. الطاقة الضائعة بسبب الاحتكاك اللزج D:

$$D = \dots \frac{1}{2} \alpha L^2 \dot{\theta}^2 \dots$$

إذا كانت المعادلة التفاضلية لهذا النظام تعطى كما يلي:

$$\ddot{\theta} + \left(\frac{\alpha}{5m} \right) \dot{\theta} + \left(\frac{g}{5L} \right) \theta = 0$$

3. مربع التنبض الطبيعي ω_0^2 للحركة يساوي:

$$k/3m \quad (\text{د}) \quad k/m \quad (\text{ج}) \quad \frac{2g}{3L} \quad (\text{ب}) \quad \frac{g}{5L} \quad (\text{أ})$$

4. معامل التخماد δ يساوي:

$$2\alpha/7m \quad (\text{د}) \quad \alpha/5m \quad (\text{ج}) \quad \alpha/4m \quad (\text{ب}) \quad \alpha/10m \quad (\text{أ})$$

5. اكتب شرط الاهتزاز: $\dots \delta < \omega_0 \dots$

6. يحدث الاهتزاز في حالة التخماد: الخفيف (ب) الثقيل (ج) الحرج (د) اللزج

اكتب معادلة الحركة في حالة: $(-\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t$ ، $(-\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t$

7. التخماد الثقيل $\theta(t) = \dots A e^{-\delta t} + B e^{-\dots t} \dots$

8. التخماد الحرج $\theta(t) = \dots A e^{-\delta t} \dots$

9. التخماد الخفيف $\theta(t) = \dots A e^{-\delta t} \sin(\omega_0 t + \phi) \dots$

I. تحدث حالة الرنين أو التجاوب عند (أ) ينعدم الأثر القسري (ب) تنعدم السرعة (ج) التنبض الطبيعي ω_0 يساوي التنبض المفروض Ω (د) التنبض الظاهري يساوي التنبض المفروض

II. تكون السعة في حالة الرنين تساوي (أ) 0 قيمة عظمى A_{max} (ج) A_{eff} (د) A_{min}

III. ما يميز التخماد اللزج هو قوة الاحتكاك التي تتناسب: (أ) عكسيا مع الموضع (ب) طرديا مع السرعة (ج) اسيا مع الزمن (د) خطيا مع الموضع

IV. ما يميز الحركة التوافقية هو وجود قوة ارتدادية تتناسب طرديا مع (أ) السرعة (ب) الدور (ج) الموضع (د) التسارع

V. ما يميز التخماد الخفيف (أ) وجود مانع (ب) لنظام الحركة (ج) نقصان في الدور (د) الزمن الدوري T_0 بدلالة معامل التخماد

VI. سحب كتلة متصلة بنهاية نابض مسافة $x=A$ ومن ثم تترك خلال دورة كاملة ما هي المسافة التي تقطعها (أ) $4A$ (ب) $2A$ (ج) $A/2$

0,5

امتحان لمادة احتماليه واحصاء

التمرين الأول (07 نقاط)

- في البنك ، كل زبون لديه حساب مصرفي يتكون رمزه من ثلاثة أحرف، وخمسة أرقام ليست بالضرورة مختلفة.
- 1/ بفرض أن الأحرف الثلاثة مختلفة.
كم عدد الحسابات التي يمكن فتحها التي رمزها:
أ/ يحتوي على A و B؟
ب/ يحتوي على A و ينتهي ب 123؟
- 2/ بفرض أن الأحرف الثلاثة ليست بالضرورة مختلفة وأنه من المستحيل استخدام الأرقام 0، 1، 2، 3 و 4.
كم عدد الحسابات التي يمكن فتحها التي رمزها:
أ/ تنتهي ب 999؟
ب/ تبدأ ب A و تنتهي ب 89؟

التمرين الثاني (05 نقاط) (دور النتائج إلى 10^{-5})

- من بين فرق كرة القدم A، B و C. نسحب عشوائيا واحد منهم (مع تساوي احتمالات السحب) لمقابلة فريق آخر E. الفريق E سيفوز باحتمال 0.8 إذا قابل A، باحتمال 0.5 إذا قابل B و باحتمال 0.2 إذا قابل C.
- 1/ أحسب احتمال فوز الفريق E.
- 2/ إذا كان الفريق E قد فاز، ما هو احتمال أن يكون قد قابل A.

التمرين الثالث (08 نقاط) (دور النتائج إلى 10^{-5})

نعتبر التوزيع الإحصائي للأجور السنوية لموظفي شركة (بالملايين من الدينار):

الأجور (10^3 من DA)	عدد الموظفين
[1000, 900]	10
[900, 800]	14
[800, 700]	30
[700, 600]	20
[600, 500]	14
[500, 400]	12

- 1/ حدد المجتمع، الأفراد، المتغير الإحصائي و نوعه.
- 2/ عين الجدول الإحصائي بدلالة التكرارات، الترددات، التكرارات المتجمعة الصاعدة و الترددات المتجمعة الصاعدة.
- 3/ عين نسبة الموظفين الذين لديهم أجر سنوي أقل من DA800000.

4/ أحسب الوسط الحسابي و التباين.

4/ عين المتوال (Mo) حسايا و بيانيا.

5/ أحسب الوسيط (Me).

حظ موفق
للجميع

Examen de Probabilités et Statistique

EXERCICE N°01 (07 points)

Dans une banque, chaque client possède un compte bancaire dont le code est composé de trois lettres, et cinq chiffres non nécessairement distincts.

1/ On suppose que les trois lettres sont distinctes.

Combien de comptes peut-on ouvrir dont le code :

a/ contient un A et un B? *1,71*

b/ contient un A et finit par 123? *1,71*

2/ On suppose que les trois lettres ne sont pas nécessairement distinctes et qu'il est impossible d'utiliser les chiffres 0, 1, 2, 3 et 4.

Combien peut-on ouvrir de comptes dont le code :

a/ finit par 999? *1,71*

b/ commence par A et finit par 89? *1,71*

EXERCICE N°02 : (05 points) (arrondi les résultats à 10^{-5})

Parmi les équipes de football A, B et C. On tire, au hasard, une seule (avec équiprobabilité de tirage) qui va rencontrer une autre équipe E. L'équipe E va gagner avec probabilité 0.8 si elle rencontre A, avec probabilité 0.5 si elle rencontre B et avec probabilité 0.2 si elle rencontre C.

1/ Calculer la probabilité de gain de l'équipe E. *0,2*

2/ Si l'équipe E a gagné, quelle est la probabilité qu'elle a rencontré A. *0,2*

EXERCICE N°03 (08 points) (arrondi les résultats à 10^{-5})

On considère la distribution statistique des salaires annuels des employés d'une entreprise (en millions de DA) :

Salaire (en 10^3 de DA)	[400, 500[[500, 600[[600, 700[[700, 800[[800, 900[[900, 1000[
Nombre des employés	12	14	20	30	14	10

1/ Identifier la population, les individus, la variable statistique et son type. *0,3*

2/ Déterminer le tableau statistique en fonction des effectifs, des fréquences, des effectifs cumulés croissants et des fréquences cumulées croissantes. *0,1*

3/ Déterminer le pourcentage des employés qui ont un salaire annuel inférieur à 800000DA. *0,1*

4/ Calculer la moyenne arithmétique et la variance. *1,1*

5/ Déterminer le mode (Mo) par le calcul et graphiquement. *1,1*

6/ Calculer la médiane (Me). *0,1*

BONNE CHANCE

Corrigé type d'Examen de Probabilités et Statistique

CORRECTION EX01

1/ On a les trois lettres sont distinctes :

a/ Combien de code contient un A et un B ?

Le nombre de manières pour placer les lettres A et B est :

$$A_3^2 = \frac{3!}{(3-2)!} = 3! = 6.$$

La troisième lettre étant différente de A et B, donc le nombre de choix possible est :

$$A_{24}^1 = \frac{24!}{(24-1)!} = 24.$$

Les cinq chiffres n'étant pas nécessairement distincts, donc le nombre de choix est :

$$10^5 = 100000.$$

Donc le nombre de code qui contient A et B est :

$$\begin{aligned} A_3^2 \times A_{24}^1 \times 10^5 &= 6 \times 24 \times 100000 \\ &= 14400000. \end{aligned}$$

b/ Combien de code contient un A et finit par 123

$$\begin{aligned} A_3^1 \times A_{25}^2 \times 10^2 &= \frac{3!}{(3-1)!} \times \frac{25!}{(25-2)!} \times 100 \\ &= \frac{3!}{2!} \times \frac{25!}{23!} \times 100 \\ &= 3 \times 25 \times 24 \times 100 \\ &= 180000 \end{aligned}$$

2/ On suppose que les 3 lettres ne sont pas nécessairement distinctes et qu'il est impossible d'utiliser les chiffres 0, 1, 2, 3 et 4 qui sont réservés à des codes spéciaux.

a/ Combien de code finit par 999 ?

$$\begin{aligned} 26^3 \times 5^2 &= 17576 \times 25 \\ &= 439400 \end{aligned}$$

b/ Combien de code commence par A et finit par 89 ?

$$26^2 \times 5^3 = 676 \times 125 \\ = 84500.$$

CORRECTION EX02

On a $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{3}$

$$P(A) = \frac{1}{3} \quad \text{et} \quad P(E/A) = 0.8$$

$$P(B) = \frac{1}{3} \quad \text{et} \quad P(E/B) = 0.5$$

$$P(C) = \frac{1}{3} \quad P(E/C) = 0.2$$

1/ Calculer la probabilité de gain de l'équipe E

On applique la formule de la probabilité totale : $P(B) = \sum_{i=1}^n P(B/A_i)P(A_i)$

Donc,

$$P(E) = P(E/A)P(A) + P(E/B)P(B) + P(E/C)P(C) \\ = 0.8 \times (1/3) + 0.5 \times (1/3) + 0.2 \times (1/3) \\ = (1/3) \times [0.8 + 0.5 + 0.2] \\ = (1/3) \times 1.5 = 0.5$$

2/ Si l'équipe E a gagné, quelle est la probabilité qu'elle a rencontré A.

On applique la formule de Bays :

$$P(A_k/B) = \frac{P(B/A_k)P(A_k)}{\sum_{i=1}^n P(B/A_i)P(A_i)}, \quad i = 1, \dots, n \\ = \frac{P(B/A_k)P(A_k)}{P(B)}$$

Donc,

$$P(A/E) = \frac{P(E/A)P(A)}{P(E/A)P(A) + P(E/B)P(B) + P(E/C)P(C)} \\ = \frac{P(E/A)P(A)}{P(E)} \\ = \frac{0.8 \times (1/3)}{0.5} \\ = 0.53333$$

CORRECTION EX03

1/ Identifier la population, les individus, la variable statistique et son type.

-Population : Les employés d'une entreprise.

-Individu : L'employé

-La variable statistique : salaires annuels des employés d'une entreprise (en 10^3 de DA).

-Son type : Quantitative continue.

2/ Déterminer le tableau statistique en fonction des effectifs, des fréquences, des fréquences cumulées croissantes

Classe	x_i	n_i	f_i	N_i'	F_i'
400, 500[450	12	0.12	12	0.12
500, 600[550	14	0.14	26	0.26
600, 700[650	20	0.20	46	0.46
700, 800[750	30	0.30	76	0.76
800, 900[850	14	0.14	90	0.90
900, 1000[950	10	0.10	100	1
Σ		100	1	/	/

3/ Déterminer le pourcentage des employés qui ont un salaire annuel inférieur à 800000DA.

On a $(12 + 14 + 20 + 30)/100 = \frac{76}{100} \times 100 = 76\%$ ou (d'après F_i' on a directement 76%)

2/ Calculer la moyenne \bar{X} et la variance :

a/ La moyenne

On a

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{1}{n} \sum n_i x_i \\ &= \frac{1}{100} (450 \times 12 + 550 \times 14 + 650 \times 20 + 750 \times 30 + 850 \times 14 + 950 \times 10) \\ &= \frac{1}{100} (70000) \\ &= 700\end{aligned}$$

b/ La variance

On a

$$\begin{aligned}V(X) &= \frac{1}{n} \sum n_i x_i^2 - \bar{X}^2 \\ &= \frac{1}{100} (450^2 \times 12 + 550^2 \times 14 + 650^2 \times 20 + 750^2 \times 30 + 850^2 \times 14 + 950^2 \times 10) - (700)^2 \\ &= \frac{1}{100} (51130000) - 490000 = 511300 - 490000 \\ &= 21300\end{aligned}$$

5/ Déterminer le mode (Mo) par le calcul et graphiquement.

a/ Par calcul

$$Mo = X_j + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} L_i$$

où

X_j : la borne inférieure de la classe modale ;

Δ_1 : la différence d'effectif entre la classe modale et la classe précédente ;

Δ_2 : la différence d'effectif entre la classe modale et la classe suivante ;

(5)

(2)

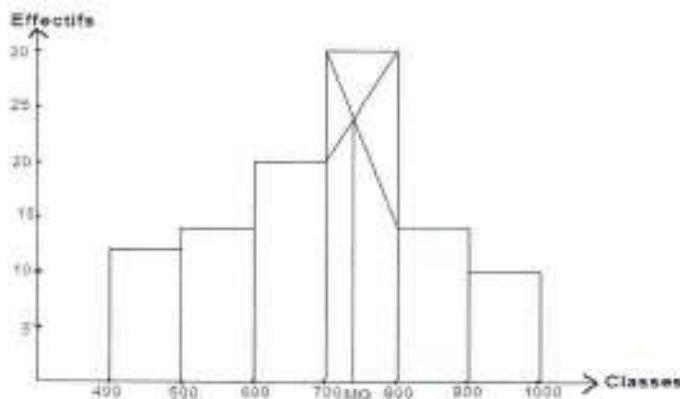
L_i : la largeur de la classe modale.

Donc,

On a la classes modale est : $[700, 800[$, donc :

$$\begin{aligned}
 Mo &= 700 + \frac{(30 - 20)}{(30 - 20) + (30 - 14)} (800 - 700) \\
 &= 700 + \frac{10}{10 + 16} 100 \\
 &= 700 + \frac{10}{26} 100 \\
 &= 700 + 38.46154 = 738.46154
 \end{aligned}$$

b/ Graphiquement :



6/ Calculer la médiane (Me) :

$$Me = X_j + \frac{\frac{n}{2} - N'_{me-1}}{N'_{me} - N'_{me-1}} L_i$$

où

X_j : la borne inférieure de la classe médiane ;

N'_{me-1} : l'effectif cumulé de la classe qui précède la classe médiane ;

N'_{me} : l'effectif cumulé de la classe qui précède la classe médiane ;

L_i : la largeur de la classe médiane.

On a, $\frac{100}{2} = 50 \in [46, 76]$, donc la classe médiane est $[700, 800[$, donc

$$\begin{aligned}
 Me &= 700 + \frac{\frac{100}{2} - 46}{76 - 46} (700 - 800) \\
 &= 700 + \frac{50 - 46}{76 - 46} 100 \\
 &= 700 + \frac{4}{30} 100 \\
 &= 700 + 13.33333 = 713.33333
 \end{aligned}$$

Module: Technical English
Full Name (in Arabic).....
Group:.....

Level: 2nd Year Licence
Date: 14/01/2019
Duration: 2 h

First Exam

Question 1: Choose the correct answer (only one): (8 p)

1. There are three types of rocks:
 - a) Hydrologic, Sedimentary, Metamorphic.
 - b) Sedimentary, Igneous, geological.
 - c) Igneous, Sedimentary, Metamorphic.
2. precipitated water means:
 - a) Rain and snow.
 - b) Wind and rain.
 - c) Snow and tsunami.
3. Civil engineering usually means large structures like:
 - a) Buildings, tunnels, managements.
 - b) Bridges, buildings, dams.
 - c) Tunnels, bridges, engineering
4. The water that infiltrates into the ground called :
 - a) Groundwater.
 - b) Precipitated water.
 - c) Freshwater.
5. International System of Units :
 - a) Metre, kilogram, mole.
 - b) Second, Kelvin, hour.
 - c) Hour, second, minute.
6. Temperature measurements :
 - a) Kelvin, Celsius, Fahrenheit.
 - b) Kelvin, Fahrenheit, kilogram.
 - c) Ampere, Celsius, Fahrenheit.
7. Infrastructure and Heavy Construction includes:
 - a) Homes.
 - b) Hospitals.
 - c) Tunnels.
8. The most common kind of construction system is :
 - a) Concrete.
 - b) Wood.
 - c) Glass.

Question 2: Transfer the following sentences from active into the passive voice: (4p)

- The sun evaporates the water.
→ The water is evaporated by the sun.
- The ministry determined the exams after the holiday.
→ The exams were determined by the ministry after the holiday.
- Thousands of people watched the match on television.
→ The match was watched by thousands of people on TV.
- The ground infiltrates the precipitated water.
→ The precipitated water is infiltrated by the ground.

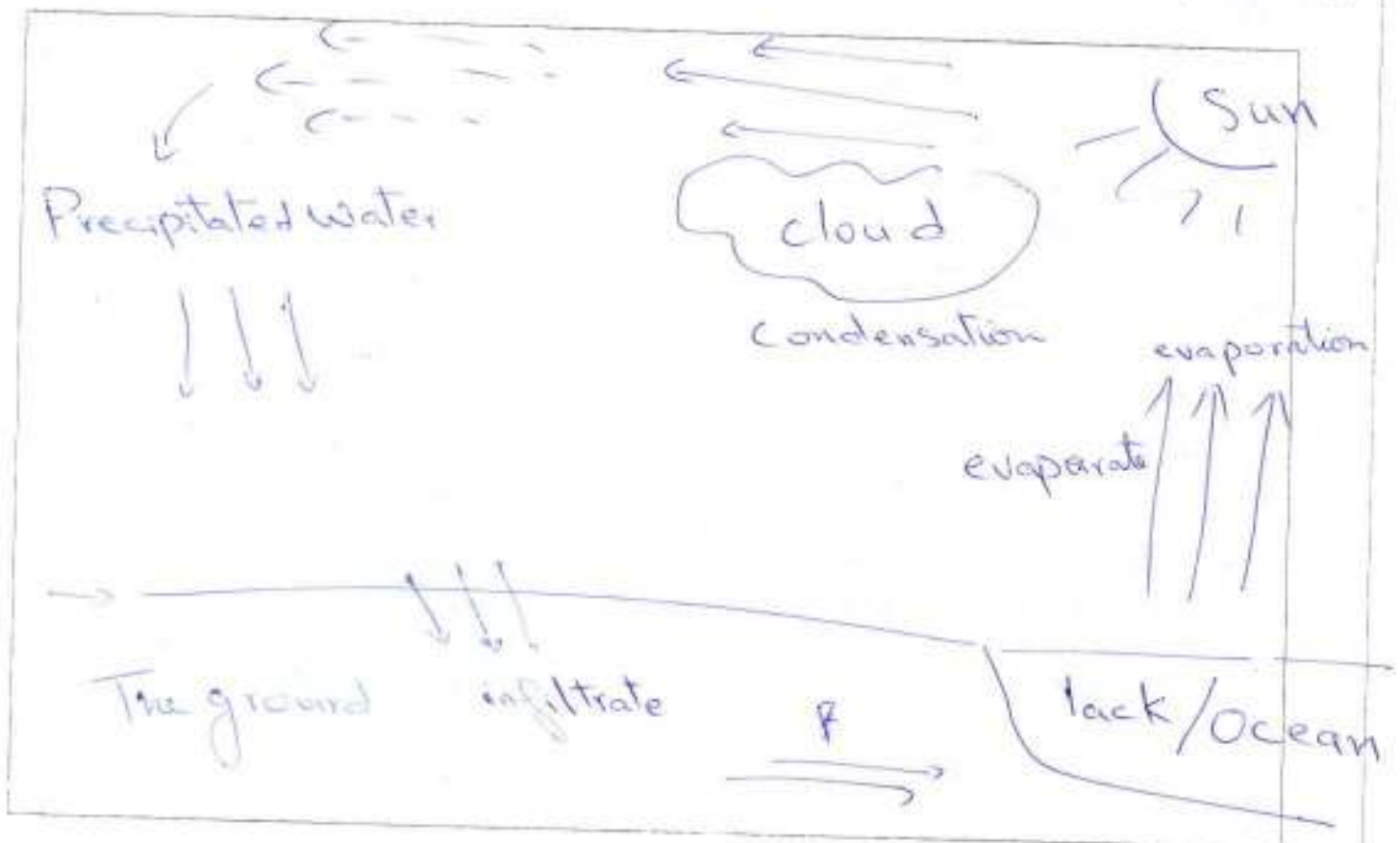
Question 3: Complete the equation: (1 p)

$$104 \text{ F}^\circ = 40 \text{ C}^\circ = 313,15 \text{ K}$$

Question 4: (3p)

- The ocean is (large) than the sea.
The ocean is larger than the sea.
- Rock is a mixture of (miner) or (organ) matter.
Rock is a mixture of mineral or organic matter.

Question 6: Try to draw the diagram of the "Hydrological Cycle" with scientific key words: (4p)



GOOD LUCK

UNIVERSITE KASDI MERBAH_OUARGLA_
FACULTE DES SCIENCES APPLIQUEES
CONTROLE DE MATHES 03

2018/2019

2eme GC+TP+HYD

DUREE : 1h30

Exercice 01 : 10 points

La réponse doit être par « Vrai » ou « Faux » avec justification de chaque réponse :

1/ $y(x) = \frac{k}{x^2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2x^2} \ln(x^2 + 1)$; $k \in \mathbb{R}$ est la solution de l'équation différentielle

$$xy' + 2y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$$

2/ Si $f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} (n^3 + 9n^2 + 20n + 11) x^n$ alors $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 - 3x + 11}{(1-x^4)}$

3/ $\frac{1}{\sqrt{1+x}} = \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{1.3.5 \dots (2n-1)}{2.4.6.8.10 \dots (2n)}$

4/ La série $(\sum \frac{5^n \cdot \sqrt{n}}{n!})$ convergente

Exercice 02 : 10 points

A/ Etudier la convergence simple et uniforme de la suite de fonctions (f_n) telle que :

$f_n(x) = nx^n \ln x$ et $f_n(0) = 0$ sur l'intervalle $I = [0,1]$

B/ Etudier la convergence uniforme et simple de la série

$(\sum_{n=1}^{\infty} x^n (1-x))$; $0 \leq x \leq 1$

Bonne chance

Corrigé type du contrôle de Maths 03

Exercice 01:

Puisque $y(x) = \frac{K}{x^2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2x^2} \ln(x^2+1)$ et

1) $y'(x) = \frac{-2K}{x^3} + \frac{4}{x^3} \ln(x^2+1) - \frac{1}{x(x^2+1)}$ alors:

$$xy' = \frac{-2K}{x^2} + \frac{4}{x^2} \ln(x^2+1) - \frac{1}{x^2+1}$$

0,2 $2y = \frac{2K}{x^2} + 1 - \frac{4}{x^2} \ln(x^2+1)$ donc

$$xy' + 2y = 1 - \frac{1}{x^2+1} = \frac{x^2}{x^2+1} \text{ alors:}$$

0,5 La bonne réponse c'est "Vraie"

2) $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (n^3 + 9n^2 + 20n + 11) x^n$

Le rayon de convergence de cette série est 1.

$$P(n) = n^3 + 9n^2 + 20n + 11$$

$$= \alpha_0 + \alpha_1(n+1) + \alpha_2(n+1)(n+2) + \alpha_3(n+1)(n+2)(n+3)$$

Pour $n=-1$ on a $P(-1) = \alpha_0 = -1$

Pour $n=-2$ on a $P(-2) = \alpha_0 - \alpha_1 = -1 - \alpha_1 \Rightarrow \alpha_1 = 0$

Pour $n=-3$ " $P(-3) = \alpha_0 - 2\alpha_2 + 2\alpha_3 = 5 \Rightarrow \alpha_2 = 3$

" $n=-4$ " $P(-4) = \alpha_0 - 3\alpha_1 + 6\alpha_2 - 6\alpha_3 = 11 \Rightarrow \alpha_3 = 1$

donc $P(n) = -1 + 3(n+1) + (n+1)(n+2)(n+3)$ et alors:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1 + 3(n+1) + (n+1)(n+2)(n+3)) x^n$$
$$= - \sum_{n=0}^{\infty} x^n + 3 \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)(n+2) x^n + \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)(n+2)(n+3) x^n$$

Les trois sommes se déduisent de la série géométrique:

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$$

$$3 \sum_{n=0}^{\infty} (1-x)^n = 3 \left(\frac{1}{1-x} - 1 - x \right) = \frac{6}{(1-x)^3}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)(n+2)(n+3)x^n = \left(\sum_{n=0}^{\infty} x^{n+3} \right)''' = \left(1+x+x^2 + \frac{1}{1-x} \right)''' = \frac{6}{(1-x)^4}$$

finallement :

$$f(x) = -\frac{1}{1-x} + \frac{6}{(1-x)^3} + \frac{6}{(1-x)^4} = \frac{x^3 - 3x^2 - 3x + 11}{(1-x)^4}$$

et la réponse sera "faux"

3) faux Car :

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (2n)} x^n$$

On peut facilement appliquer le resultat du cours :

$$(1+x)^\alpha = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\dots(\alpha-n+1)}{n!} x^n \text{ avec } \alpha = -\frac{1}{2}$$

$$4) u_n = \frac{5^n \cdot \sqrt{n}}{n!} \Rightarrow u_{n+2} = \frac{5^{n+2} \cdot \sqrt{n+2}}{(n+2)n!} \text{ d'Alembert :}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left| \frac{u_{n+2}}{u_n} \right| = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5^{n+2} \cdot \sqrt{n+2}}{(n+2)n!} \cdot \frac{n!}{5^n \cdot \sqrt{n}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5 \sqrt{n+2}}{(n+2) \cdot \sqrt{n}} = 0 < 1 \text{ donc la serie Converge}$$

et la réponse est "Vraie"

Exercice

25

A) $\begin{cases} f_n(x) = n x^n \ln x \\ f_n(0) = 0 \end{cases}$ Sur $I = [0, 1]$

1°/ la Convergence Simple:

pour $x = 1$ On a $f_n(1) = 0$ de plus $f_n(0) = 0$

pour $x \in]0, 1[$ On a:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} n x^n \ln x = \lim_{n \rightarrow +\infty} x^n \ln x^n$$

$$= \lim_{\substack{y \rightarrow 0 \\ y = x^n}} y \ln y = 0$$

Donc la suite (f_n) Converge simplement vers $f(x) = 0$ Sur $I = [0, 1]$

2°/ la Convergence Uniforme:

• $|f_n(x) - f(x)| = |n x^n \ln x| = -n x^n \ln x \quad / x \in [0, 1]$

• $\sup_{x \in [0, 1]} |f_n(x) - f(x)| = \sup_{x \in [0, 1]} (-n x^n \ln x)$

$g_n(x) = -n x^n \ln x \Rightarrow g_n'(x) = -n(n x^{n-1} \ln x + x^{n-1})$

$\Rightarrow g_n'(x) = -n x^{n-1} (n \ln x + 1)$

$g_n'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \text{ou} \\ n \ln x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \text{ou} \\ x = e^{-\frac{1}{n}} \end{cases}$

$$\sup_{x \in [0,1]} |f_n(x) - f(x)|$$

$$= g_n(e^{-\frac{1}{n}})$$

$$= -n(e^{-\frac{1}{n}})^n \cdot \ln(e^{-\frac{1}{n}})$$

$$= -n e^{-1} \left(-\frac{1}{n}\right) = e^{-1}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sup_{x \in [0,1]} |f_n(x) - f(x)| = e^{-1} \neq 0$$

donc la Convergence n'est pas uniforme.

B/ $\sum_{n=0}^{\infty} x^n (1-x)$; $x \in [0,1]$

1°/ la Convergence Simple :

$$S_n = \sum_{k=0}^n x^k (1-x) = (1-x) \sum_{k=0}^n x^k$$

$$= (1-x) \left(\frac{1-x^{n+1}}{1-x} \right) = 1 - x^{n+1}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} (1 - x^{n+1}) = 1$$

donc la Serie Converge simplement vers $S(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x=0 \text{ ou } x=1 \\ 1 & \text{si } x \in]0,1[\end{cases}$

2°/ la Convergence Uniforme :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sup_{x \in [0,1]} |S_n(x) - S(x)| = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sup_{x \in [0,1]} | -x^{n+1} | = 1 \neq 0$$

donc la Convergence n'est pas uniforme