جامعة قاصدي مرباح- ورقلة

كلية: العلوم التطبيقية
قسم: الهندسة المدنية و الري
مسؤول المادة: سعيدان حدة

السنة الجامعية: 2019/2018
المستوى: 2 ليسانس
المدة: ساعة و نصف

امتحان لمادة احتمالات واحصاء

التمرين الأول (07 نقاط)

في البنك ، كل زبون لديه حساب مصرفي يتكون رمزه من ثلاثة أحرف، وخمسة أرقام ليست بالضرورة مختلفة.

1/ بفرض أن الأحرف الثلاثة مختلفة.

كم عدد الحسابات التي يمكن فتحها التي رمزها:

أ/ يحتوي على A و B؟

ب/ يحتوي على A و ينتهي ب 123؟

2/ بفرض أن الأحرف الثلاثة ليست بالضرورة مختلفة وأنه من المستحيل استخدام الأرقام 0، 1، 2، 3 و 4.

كم عدد الحسابات التي يمكن فتحها التي رمزها:

أ/ تنتهي ب 999؟

ب/ تبدأ ب A و تنتهي ب 89؟

التمرين الثاني (05 نقاط) (دور النتائج إلى 10^{-5})

من بين فرق كرة القدم A، B و C. نسحب عشوائيا واحد منهم (مع تساوي احتمالات السحب) لمقابلة فريق أخر E. الفريق E سيفوز باحتمال 0.8 إذا قابل A. باحتمال 0.5 إذا قابل B و باحتمال 0.2 إذا قابل C.

1/ أحسب إحتمال فوز الفريق E.

2/ إذا كان الفريق E قد فاز، ما هو احتمال أن يكون قد قابل A.

التمرين الثالث (08 نقاط) (دور النتائج إلى 10^{-5})

نعتبر التوزيع الإحصائي للأجور السنوية لموظفي شركة (بالملايين من الدينار):

الأجور (من 10^3 DA)	$[400، 500[$	$[500، 600[$	$[600، 700[$	$[700، 800[$	$[800، 900[$	$[900، 1000[$
عدد الموظفين	12	14	20	30	14	10

1/ حدد المجتمع، الأفراد، المتغير الإحصائي و نوعه.

2/ عين الجدول الإحصائي بدلالة التكرارات، الترددات، التكرارات المتجمعة الصاعدة و الترددات المتجمعة الصاعدة.

3/ عين نسبة الموظفين الذين لديهم أجر سنوي أقل من DA800000.

4/ أحسب الوسط الحسابي و التباين.

4/ عين المنوال (Mo) حسابيا و بيانيا.

5/ أحسب الوسيط (Me).

حظ موفق
للجميع

Université Kasdi Merbah - Ouargla

Faculté des sciences appliquées — *Année Universitaire : 2018/2019*

Département de génie civil et d'hydraulique — *Niveau : $2^{ème}$ Année License*

Responsable de la matière : Saidane Hadda — *Durée : 1h 30mn*

Examen de Probabilités et Statistique

EXERCICE N°01 (07 points)

Dans une banque, chaque client possède un compte bancaire dont le code est composé de trois lettres, et cinq chiffres non nécessairement distincts.

1/ On suppose que les trois lettres sont distinctes.

Combien de comptes peut-on ouvrir dont le code :

a/ contient un A et un B ? 1,75

b/ contient un A et finit par 123 ? 1,75

2/ On suppose que les trois lettres ne sont pas nécessairement distinctes et qu'il est impossible d'utiliser les chiffres 0, 1, 2, 3 et 4.

Combien peut-on ouvrir de comptes dont le code :

a/ finit par 999 ? 1,75

b/ commence par A et finit par 89 ? 1,75

EXERCICE N°02 : (05 points) (*arrondi les résultats à* 10^{-5})

Parmi les équipes de football A, B et C. On tire, au hasard, une seule (avec équiprobabilité de tirage) qui va rencontrer une autre équipe E. L'équipe E va gagner avec probabilité 0.8 si elle rencontre A, avec probabilité 0.5 si elle rencontre B et avec probabilité 0.2 si elle rencontre C. 01

1/ Calculer la probabilité de gain de l'équipe E. 02

2/ Si l'équipe E a gagné, quelle est la probabilité qu'elle a rencontré A. 02

EXERCICE N°03 (08 points) (*arrondi les résultats à* 10^{-5})

On considère la distribution statistique des salaires annuels des employés d'une entreprise (en millions de DA) :

Salaires (en 10^3de DA)	$[400, 500[$	$[500, 600[$	$[600, 700[$	$[700, 800[$	$[800, 900[$	$[900, 1000[$
Nombre des employés	12	14	20	30	14	10

1/ Identifier la population, les individus, la variable statistique et son type. 01

2/ Déterminer le tableau statistique en fonction des effectifs, des fréquences, des effectifs cumulés croissants et des fréquences cumulées croissantes. 2,5

3/ Déterminer le pourcentage des employés qui ont un salaire annuel inférieur à $800000DA$. 0,5

4/ Calculer la moyenne arithmétique et la variance. 1,5

5/ Déterminer le mode (Mo) par le calcul et graphiquement. 1,5

6/ Calculer la médiane (Me). 01

BONNE CHANCE

(2) (42)

Université Kasdi Merbah - Ouargla

Faculté des sciences appliquées
Département de génie civil et d'hydraulique
Responsable de la matière : Saidane Hadda

Année Universitaire : 2018/2019
Niveau : 2ème Année License
Durée : 1h 30mn

Corrigé type d'*Examen de Probabilités et Statistique*

CORRECTION EX01

1/ On a les trois lettres sont distinctes :
a/ Combien de code contient un A et un B ?
Le nombre de manières pour placer les lettres A et B est :

$$A_3^2 = \frac{3!}{(3-2)!} = 3! = 6.$$

La troisième lettre étant différente de A et B, donc le nombre de choix posssible est :

$$A_{24}^1 = \frac{24!}{(24-1)!} = 24.$$

Les cinq chiffres n'étant pas nécessairement distincts, donc le nombre de choix est :

$$10^5 = 100000.$$

Donc le nombre de code qui contient A et B est :

$$\begin{aligned} A_3^2 \times A_{24}^1 \times 10^5 &= 6 \times 24 \times 100000 \\ &= 14400000. \end{aligned}$$

b/ Combien de code contient un A et finit par 123

$$\begin{aligned} A_3^1 \times A_{25}^2 \times 10^2 &= \frac{3!}{(3-1)!} \times \frac{25!}{(25-2)!} \times 100 \\ &= \frac{3!}{2!} \times \frac{25!}{23!} \times 100 \\ &= 3 \times 25 \times 24 \times 100 \\ &= 180000 \end{aligned}$$

2/ On suppose que les 3 lettres ne sont pas nécessairement distinctes et qu'il est impossible d'utiliser les chiffres 0, 1, 2, 3 et 4 qui sont réservés à des codes spéciaux.
a/ Combien de code finit par 999 ?

$$\begin{aligned} 26^3 \times 5^2 &= 17576 \times 25 \\ &= 439400 \end{aligned}$$

b/ Combien de code commence par A et finit par 89 ?

32

3

$$\begin{aligned} 26^2 \times 5^3 &= 676 \times 125 \\ &= 84500. \end{aligned}$$

CORRECTION EX02

On a $P(A) = P(B) = P(C) = \dfrac{1}{3}$

$$P(A) = \frac{1}{3} \quad et \quad P(E/A) = 0.8$$

$$P(B) = \frac{1}{3} \quad et \quad P(E/B) = 0.5$$

$$P(C) = \frac{1}{3} \qquad P(E/C) = 0.2$$

1/ Calculer la probabilité de gain de l'équipe E

On applique la formule de la probabilité totale : $P(B) = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} P(B/A_i)P(A_i)$

Donc,

$$\begin{aligned} P(E) &= P(E/A)P(A) + P(E/B)P(B) + P(E/C)P(C) \\ &= 0.8 \times (1/3) + 0.5 \times (1/3) + 0.2 \times (1/3) \\ &= (1/3) \times [0.8 + 0.5 + 0.2] \\ &= (1/3) \times 1.5 = 0.5 \end{aligned}$$

2/ Si l'équipe E a gagné, quelle est la probabilité qu'elle a rencontré A.

On applique la formule de Bays :

$$\begin{aligned} P(A_k/B) &= \frac{P(B/A_k)P(A_k)}{\displaystyle\sum_{i=1}^{n} P(B/A_i)P(A_i)}, \quad i = 1, ..., n \\ &= \frac{P(B/A_k)P(A_k)}{P(B)} \end{aligned}$$

Donc,

$$\begin{aligned} P(A/E) &= \frac{P(E/A)P(A)}{P(E/A)P(A) + P(E/B)P(B) + P(E/C)P(C)} \\ &= \frac{P(E/A)P(A)}{P(E)} \\ &= \frac{0.8 \times (1/3)}{0.5} \\ &= 0.53333 \end{aligned}$$

CORRECTION EX03

1/ Identifier la population, les individus, la variable statistique et son type.

-Population : Les employés d'une entreprise.
-Individu : L'employé
-La variable statistique : salaires annuels des employés d'une entreprise (en 10^3 de DA).
-Son type : Quantitative continue.

2/ Déterminer le tableau statistique en fonction des effectifs, des fréquences, des fréquences cumulées croissa

$Classe$	x_i	n_i	f_i	$N_i^{\nearrow}$	$F_i^{\nearrow}$
$[400, 500[$	450	12	0.12	12	0.12
$[500, 600[$	550	14	0.14	26	0.26
$[600, 700[$	650	20	0.20	46	0.46
$[700, 800[$	750	30	0.30	76	0.76
$[800, 900[$	850	14	0.14	90	0.90
$[900, 1000[$	950	10	0.10	100	1
$\sum$		100	1	/	/

3/ Déterminer le pourcentage des employés qui ont un salaire annuel inférieur à $800000DA$.

On a $(12 + 14 + 20 + 30)/100 = \frac{76}{100} \times 100 = 76$ % ou (d'après $F_i^{\nearrow}$ on a directement 76%)

2/ Calculer la moyenne $\overline{X}$ et la variance :

a/ La moyenne

On a

$$\begin{aligned}
\overline{X} &= \frac{1}{n}\sum n_i x_i \\
&= \frac{1}{100}(450 \times 12 + 550 \times 14 + 650 \times 20 + 750 \times 30 + 850 \times 14 + 950 \times 10) \\
&= \frac{1}{100}(70000) \\
&= 700
\end{aligned}$$

b/ La variance

On a

$$\begin{aligned}
V(X) &= \frac{1}{n}\sum n_i x_i^2 - \overline{X}^2 \\
&= \frac{1}{100}(450^2 \times 12 + 550^2 \times 14 + 650^2 \times 20 + 750^2 \times 30 + 850^2 \times 14 + 950^2 \times 10) - (700)^2 \\
&= \frac{1}{100}(51130000) - 490000 = 511300 - 490000 \\
&= 21300
\end{aligned}$$

5/ Déterminer le mode (Mo) par le calcul et graphiquement.

a/ Par calcul

$$Mo = X_j + \frac{\triangle_1}{\triangle_1 + \triangle_2} L_i$$

où

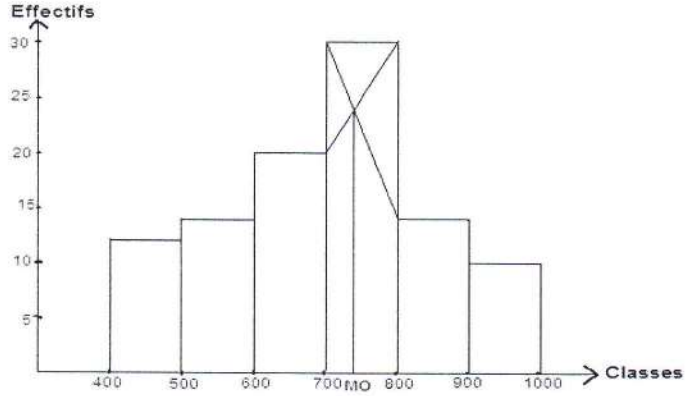
X_j : la borne inférieure de la classe modale ;
$\triangle_1$: la différence d'effectif entre la classe modale et la classe précédente ;
$\triangle_2$: la différence d'effectif entre la classe modale et la classe suivante ;

5 42

L_i : la largeur de la classe modale.
Donc,
On a la classes modale est : $[700, 800[$, donc :

$$\begin{aligned} Mo &= 700 + \frac{(30-20)}{(30-20)+(30-14)}(800-700) \\ &= 700 + \frac{10}{10+16}100 \\ &= 700 + \frac{10}{26}100 \\ &= 700 + 38.46154 = 738.46154 \end{aligned}$$

b/ Graphiquement :



6/ Calculer la médiane (Me) :

$$Me = X_j + \frac{\frac{n}{2} - N^{\nearrow}_{me-1}}{N^{\nearrow}_{me} - N^{\nearrow}_{me-1}} L_i$$

où
X_j : la borne inférieure de la classe médiane;
$N^{\nearrow}_{med-1}$: l'effectif cumulé de la classe qui précède la classe médiane;
$N^{\nearrow}_{med}$: l'effectif cumulé de la classe qui précède la classe médiane;
L_i : la largeur de la classe médiane.
On a, $\frac{100}{2} = 50 \in [46, 76]$, donc la classe médiane est $[700, 800[$, donc

$$\begin{aligned} Me &= 700 + \frac{\frac{100}{2} - 46}{76-46}(700-800) \\ &= 700 + \frac{50-46}{76-46}100 \\ &= 700 + \frac{4}{30}100 \\ &= 700 + 13.33333 = 713.33333 \end{aligned}$$