Université Kasdi Merbeh-Ouargla
Faculté des Sciences Appliquées
Département de Génie Civil et D'hydraulique

Ouargla le : 06-01-2019
Spécialité : 2$^{éme}$ Master ECBR
Durée: 1H30

57

# Rattrapage de MEF

**Exercice 1:(8 pts)**

Soit une barre de treillis a une section droite d'aire linéairement variable de la section $A_1$ à $2A_1$ (figure 1), soumise à une charge concentrée F appliquée au milieu. Les deux extrémités sont encastrées.

- Déterminer et dessiner les fonctions de forme de cet élément.Quelles sont les propriétés essentiellesde cesfonctions d'interpolation ?
- Calculer le déplacement en utilisant quatre éléments de barre de longueur égale.

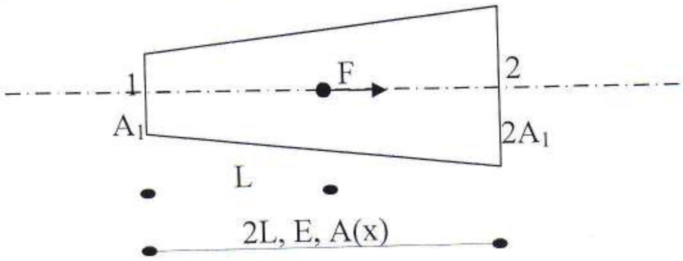



**Figure 1**

**Exercice 2: (12 pts)**

La figure 2 montre une structure composée de deux barres encastrées à leurs extrémités supérieures et assemblées à leurs extrémités inférieures avec un joint rotule auquel est suspendu un poids P = 4000 KN.
Les barres ont les mêmes caractéristiques : L = 4m ; A = 25 cm$^2$et E = 210 000 MPa. : $\alpha = 36.87°$

-Calculer la matrice de rigidité globale
- Calculer les déplacements dans le point 3
- Calculer les reactions aux appuis et les forces internes dans les barres.
- Calculer la contrainte $\sigma$ dans les barres et dessiner leur diagramme.
- Préciser un nouveau maillage en tenant compte de la symétrie.
Calculer la matrice raideur réduite et retrouver la solution en déplacement.

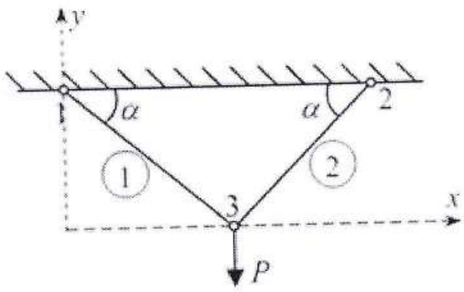



**Figure 2**

**Bonne chance**
MEZIANI N.

(5)

Rattrapage de MEF

Exo1 : (8 pts)

- Détermination des fonctions de forme :

$u = \alpha_1 + \alpha_2 x \Rightarrow \{u\} = [1 \quad x] \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{Bmatrix}$ — ①

donc on a : $\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{Bmatrix} \Rightarrow \{\alpha\} = [C]^{-1} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}$ ②

$[C]^{-1} = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} L & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$, on remplace ② dans ①

$\{u\} = [1 \quad x] \frac{1}{L} \begin{bmatrix} L & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = [N] \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}$ 1,75

donc : $[N] = \left[ 1 - \frac{x}{L} \quad \frac{x}{L} \right]$

$N_1$ $N_2$ 1 0 2l 0 1 2l

les fonctions prennent ① dans les Noeuds $N_{ij} = 1$ si $i = j$
$= 0$ si $i \neq j$

Calcul des déplacements : on a section variable

$A(x) = A_1 \left(1 + \frac{x}{l}\right)$

Matrice élémentaire : on a 4 éléments. 1,75

élément (1 2) : $[K] = \int_0^{l/2} \begin{bmatrix} -2/l \\ 2/l \end{bmatrix} E \left[ -\frac{2}{l} \quad \frac{2}{l} \right] A(x)\, dx = \frac{5EA_1}{2l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

élément (2 3) ; El. 3-4 ; élément 4-5

$[K] = \frac{3EA_1}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ; $[K] = \frac{9EA_1}{2l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ; $[K] = \frac{17EA_1}{2l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

Assemblage : $[K] = \frac{EA_1}{l} \begin{bmatrix} 2,5 & -2,5 & 0 & 0 & 0 \\ & 5,5 & -3 & 0 & 0 \\ & & 7,5 & -4,5 & 0 \\ & \text{sym} & & 13 & -8,5 \\ & & & & 8,5 \end{bmatrix}$ 2

déplacement : $\{F\} = [K]\{dep\} \Rightarrow u_2 = 0,127 \frac{Fl}{EA_1}$ (0,5) ; $u_3 = 0,233 \frac{Fl}{EA_1}$ (0,5)

$u_4 = 0,081 \frac{Fl}{EA_1}$ (0,5)

Exo2 (12 pts)

$[K_e]_1 = 1312,5 \begin{bmatrix} 0,63 & 0,47 & -0,63 & -0,47 \\ & 0,36 & -0,47 & -0,36 \\ & & 0,63 & 0,27 \\ \text{sym} & & & 0,33 \end{bmatrix}$ 1,5 (KN/m)

$[K_e]_2 = 1312,5 \begin{bmatrix} 0,63 & 0,47 & -0,63 & -0,47 \\ & 0,36 & -0,47 & -0,36 \\ & & 0,63 & 0,47 \\ \text{sym} & & & 0,36 \end{bmatrix}$ 1,5

(4)

Matrice globale : (1)

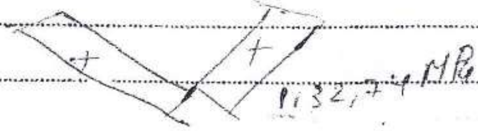
déplac. $k_2$ $u_2$ C $v_2 = -8,99$ (1)

forces internes

$$\begin{Bmatrix} N_1 \\ T_1 \\ N_3 \\ T_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -2265,48 \\ 1699,11 \\ +2265,48 \\ -1699,11 \end{Bmatrix} \quad (4) \quad \begin{Bmatrix} N_2 \\ T_2 \\ N_3 \\ T_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2265,48 \\ 1699,11 \\ 2265,48 \\ 1699,11 \end{Bmatrix} \text{(kN)} \quad (2)$$

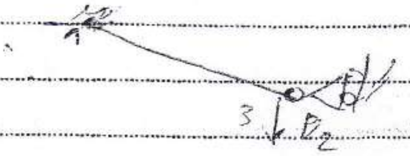
Contraintes :

$\{\sigma_{x}\}_1 = 1132,74\ MPa$ , $\{\sigma_{x}\}_2 = 1132,74\ MPa$ (1)



1132,74 MPa (0,8)

Symétrie



$[K_e] = 0,36\cdot 25\cdot 10^6$

$V_3 = -8,99$ cm (1)