

Module : Elasticité  
 Niveau : Master I  
 Spécialité : Génie civil  
 Option : VOA

Ouargla le, 20/01 /2019

Durée : 1h et 30 min

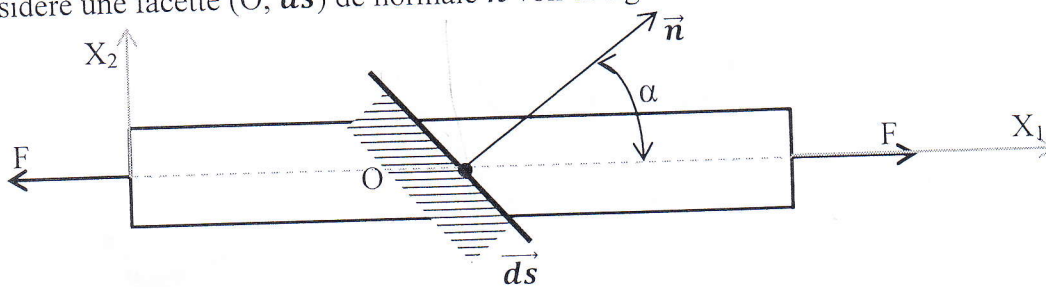
**Examen du 1<sup>er</sup> semestre  
 (Session normale)**

**Questions de cours :** (05 pts)

Considérons un tenseur des contraintes  $[\sigma]$  dans la base  $(O, xyz)$ . Expliquez brièvement comment déterminer les contraintes principales  $(\sigma_I, \sigma_{II}$  et  $\sigma_{III})$  par le calcul de la partie sphérique et le déviateur de  $[\sigma]$ .

**Exercice 01:** (06pts)

On exerce sur une barre métallique de section  $A=25\text{mm}^2$ , une traction axiale  $F=100$  N. On considère une facette  $(O, \vec{ds})$  de normale  $\vec{n}$  voir la figure.



- 1) calculer le vecteur contrainte appliqué sur la facette  $(O, \vec{ds})$ .
- 2) Calculer la contrainte  $\sigma_n$  et la contrainte tangentielle  $\tau$  s'exerçant sur cette facette.
- 3) Pour quelle condition de  $\alpha$ ,  $\sigma_n$  et  $\tau$  sont-elle max.

**Exercice 02:** (09pts)

Au point M d'un matériau, et dans le repère  $\{\vec{e}_i\}$  le tenseur de contrainte s'écrit:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} 4 & 2\alpha & 0 \\ 2\alpha & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4\alpha \end{bmatrix} \text{ Mpa, } \alpha : \text{ constante réelle, paramètre de charge.}$$

- 1) Quel est l'état de contrainte pour  $\alpha = 0$ .
- 2) Calculer les contraintes principales en fonction de  $\alpha$ .
- 3) Déduire les scalaires invariants du deux tenseurs.

Dans la suite en prend  $\alpha = 1$ .

- 4) Déterminer les axes principaux.
- 5) Déterminer la partie sphérique et le déviateur de  $[\sigma]$ . Quelle est leur utilité.
- 6) Calculer le vecteur contrainte sur la facette de normale  $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$  tel que:

$$\begin{cases} \vec{n}_1 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{e}_2 \\ \vec{n}_2 = \vec{n}_1 \times \vec{e}_1 \end{cases}$$