Université Kasdi Merbah Ouargla
Faculté des Sciences Appliquées
Département Génie mécanique

جامعة قاصدي مرباح ورقلة
كلية العلوم التطبيقية
قسم الهندسة الميكانكية

Année 2018/2019
Module : Méthodes statistiques et échantillonnages

Spécialité : Master M.I
Enseignant : M. Zerrouki

Corrigé type de examen semestriel méthodes statistiques et échantillonnages

La date : 14/01/2019 **La durée : 1 : 30 H**

Exercice N° 1 (6 p^{ts}) :

Dans une banque, chaque client possède un compte bancaire dont le code est composé de trois lettres et cinq chiffres non nécessairement distincts.

1. On suppose que les trois lettres sont distinctes. Combien de comptes peut-on ouvrir dont le code :

(a) contient un A et un B ? On utilise l'arrangement $A_3^2 \times A_{24}^1 \times A_{10}^5 = \frac{3!}{1!} \times \frac{24!}{23!} \times 10^5 = 144 \times 10^5$ **(1.5 p^{ts})**

(b) contient un A et finit par 123 ? $A_3^1 \times A_{25}^2 \times A_{10}^2 = \frac{3!}{2!} \times \frac{25!}{23!} \times 2^5 = 18 \times 10^4$ **(1.5 p^{ts})**

2. On suppose que les trois lettres ne sont pas nécessairement distinctes et qu'il est impossible d'utiliser les chiffres 0, 1, 2, 3 et 4 qui sont réservés à des codes spéciaux.

Combien peut-on ouvrir de comptes dont le code :

(a) finit par 999 ? $A_{26}^3 \times A_5^2 = 26^3 \times 5^2 = 4394 \times 10^2$ **(1.5 p^{ts})**

(b) commence par A et finit par 89 ? $A_{26}^2 \times A_5^3 = 26^2 \times 5^3 = 845 \times 10^2$ **(1.5 p^{ts})**

Exercice N° 2 (06 p^{ts}) :

On dispose un dé à quatre faces numérotées 0, 2, 3 et 5. On dispose aussi d'une urne contenant trois billes numérotées respectivement 1, 3 et 5. Dans ce jeu, on procède de la façon suivante : on lance le dé puis on tire une bille. Si le dé donne 0, on ne gagne rien. Sinon, on gagne 50 DA si le dé et la bille portent le même numéro. Sinon, on gagne 10DA.

1) l'univers Ω_1 est :

$\Omega_1 = \{(0;1), (0;3), (0;5), (2;1), (2;3), (2;5), (3;1), (3;3), (3;5), (5;1), (5;3), (5;5)\}$ **(1 p^{ts})**

2) La définition de X sous forme d'une fonction (on pourra utiliser un tableau) et expliciter $X(\Omega_1)$.

dé \ billes	1	3	5
0	0	0	0
2	10	10	10
3	10	50	10
5	10	10	50

(1 p^{ts})

$X(\Omega_1) = \{0, 10, 50\}$ **(1 p^{ts})**

3) La loi de X et calcul espérance $E(X)$ et la variance $V(X)$

$P(X = 0) = \frac{3}{12}$; $P(X = 10) = \frac{7}{12}$; $P(X = 50) = \frac{2}{12}$ **(1 p^{ts})**

On applique la définition de l'espérance $E(X) = \sum_{j=1}^{n} x_i \, P(X = x_i)$ **(0.5 p^{ts})**

$E(X) = 0 \times \frac{3}{12} + 10 \times \frac{7}{12} + 50 \times \frac{2}{12} = \frac{170}{12} = 14.167$ **(0.5 p^{ts})**

Pour calculer la variance on utilise $V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$ **(0.5 p^{ts})**

$$E(X^2) = (0)^2 \times \frac{3}{12} + 10^2 \times \frac{7}{12} + (50)^2 \times \frac{2}{12} = 475$$

$V(X) = 475 - (14.167)^2$ =*274,296111*(**0.5 p^{ts}**)

Exercice N°3 (08 p^{ts}) :

À la sortie d'une chaîne de fabrication, on contrôle toutes les trente minutes le nombre de pièces défectueuses contenues dans un lot de vingt pièces produites. Les résultats observés sur 200 lots indépendants sont résumés dans le tableau suivant :

Nombre de défectueux	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Nombre de lots	**26**	**52**	**56**	**40**	**20**	**2**	**0**	**4**

1) Indiquer : La population, le caractère statistique étudié et son genre.

La population : c'est les 200 lots. **(0.5 p^{ts})**

Le caractère statistique étudié et son genre : le nombre de pièces défectueuses contenues dans un lot quantitative discrète. **(0.5 p^{ts})**

2) Dresser le tableau statistique complet (avec les fréquences relatives, les effectifs cumulés croissants et les fréquences relatives cumulées croissantes).

x_i	n_i	$f_i = \frac{n_i}{n}$	$N^{\uparrow}$	$F^{\uparrow}$	$x_i \times n_i$	${x_i}^2 \times n_i$
0	26	0.13000	26	0.13000	0	0
1	52	0.26000	78	0.39000	52	52
2	56	0.28000	134	0.67000	112	224
3	40	0.20000	174	0.87000	120	360
4	20	0.10000	194	0.97000	80	320
5	2	0.01000	196	0.98000	10	50
6	0	0.00000	196	0.98000	0	0
7	4	0.02000	200	1.00000	28	196
$\sum$	200	1			402	1202

(1 p^{ts}=21*0.04761)

3) Détermination des tendances centrales :

La médiane : $Me = \frac{x_{n/2} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2} = \frac{x_{100}+x_{101}}{2} = \frac{2+2}{2} = 2$ **(0.75 p^{ts})**

La moyenne arithmétique $\overline{X} = \frac{\sum n_i x_i}{n}$; $\overline{X} = \frac{402}{200} = 2.01$ **(0.75 p^{ts})**

Le mode : $Mo = 2$ **(0.5 p^{ts})**

4) Détermination des caractéristiques de dispersion :

L'étendue :

$w = 7 - 0 = 7$ **(0.5 p^{ts})**

La variance: $V(x) = \frac{1}{n}\sum n_i {x_i}^2 - (\overline{X})^2 = \frac{1202}{200} - (2.01)^2 = 1.97$ **(0.75 p^{ts})**

L'écart-type : $\sigma_x = \sqrt{V(X)} = \sqrt{1.97} = 1.403$ **(0.5 p^{ts})**

5) Détermination des quartiles $Q_1, Q_2' \, Q_3$ on utilise l'interpolation

$F(Q_1) = 0.25$

$$Q_1 = \frac{x_{n/4} + x_{\frac{n}{4}+1}}{2} = \frac{x_{50} + x_{51}}{2} = \frac{1+1}{2} = \mathbf{1}\ \boldsymbol{(0.5\ p^{ts})}$$

$F(Q_2) = 0.5$ $\qquad Q_2 = Me = 2\ \boldsymbol{(0.25\ p^{ts})}$

$F(Q_3) = 0.75$ $\qquad Q_3 = \frac{x_{3n/4} + x_{\frac{3n}{4}+1}}{2} = \frac{x_{150} + x_{151}}{2} = \frac{3+3}{2} = \mathbf{3}$ $\qquad Q_3 = 3\ \boldsymbol{(0.5\ p^{ts})}$

Bonne chance.