

UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA
FACULTE DES SCIENCES APPLIQUEE
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

14/01/2019
 Durée : 01h 30min
 Master II MI

Correction d'examen
 Mécanique de la rupture et endommagements

Questions de cours (06 points)

1. Définir les termes suivants :

1

La rupture d'un matériau est la séparation, partielle ou complète, en deux ou plusieurs pièces sous l'action d'une contrainte.

1

Une courbe SN est une tracé de l'amplitude d'une contrainte alternative par rapport au nombre de cycles à la défaillance pour un matériau donné.

1,5

2. Une courbe SN peut contenir plusieurs zones différentes: une zone plastique, une zone élastique et une zone de vie infinie.

3. Les facteurs affectant la durée de vie de la fatigue sont :

2,5

- La valeur de contrainte de traction
- L'amplitude de la variation de la contrainte,
- Le nombre de cycles.
- La géométrie et les aspects micro-structuraux
- La concentration des contraintes
- Les contraintes résiduelles peuvent également jouer un rôle.

Exercice 1 (06 points)

Les facteurs d'intensité de contrainte pour les deux modes I et II sont, dans le cas où $b \gg a$:

$$K_I = \sigma \sin^2 \beta \sqrt{\pi a}$$

$$K_{II} = \sigma \sin \beta \cos \beta \sqrt{\pi a}$$

1

1

Dans le cas ici étudié, ces valeurs sont à multiplier par un facteur de correction tenant compte de la largeur de la plaque :

$$f\left(\frac{a^*}{b}\right) = \frac{1 - 0,5 \frac{a^*}{b} + 0,37 \left(\frac{a^*}{b}\right)^2 - 0,044 \left(\frac{a^*}{b}\right)^3}{\sqrt{1 - \left(\frac{a^*}{b}\right)^2}}$$

a^* désigne ici la projection de a sur la normale à la ligne de chargement, c'est -à-dire

$$a^* = a \sin \beta = 0,03 * \frac{1}{2} = 0,015m$$

Ceci donne :

$$K_I = \sigma \left(\frac{1}{2} \right)^2 \sqrt{\pi \times 0,03} f \left(\frac{a^*}{b} \right) = 0,078\sigma \quad (1)$$

$$K_{II} = \sigma \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{\pi \times 0,03} f \left(\frac{a^*}{b} \right) = 0,135\sigma \quad (1)$$

$$f \left(\frac{a^*}{b} \right) = 1,012 \quad (1)$$

$$\left(\frac{K_I}{K_{IC}} \right)^2 + \left(\frac{K_{II}}{2K_{IC}} \right)^2 = \left(\frac{0,078}{27,5} \right)^2 \sigma^2 + \left(\frac{0,135}{2 \times 27,5} \right)^2 \sigma^2 = 1 \Rightarrow \sigma = 266,59 \text{ MPa} \quad (1)$$

La pièce se rompra sous une contrainte de 266,59 MPa.

Exercice 3 (08 points)

1. Propagation possible de la fissure ?

Répondez par **Oui** ou **Non** et justifiez votre réponse quantitativement :

La variation du facteur d'intensité de contrainte ΔK , associé à cette fissure initiale, est égale à :

$$\Delta K = \alpha \Delta \sigma \sqrt{\pi a} = \alpha (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) \sqrt{\pi a}$$

avec $\sigma_{\max} = 300$ MPa (tir du canon) et $\sigma_{\min} = 0$ (canon au repos).

Puisque $\alpha = 1,2$ et $a = 0,5$ mm, on obtient ainsi :

$$\Delta K = \alpha (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) \sqrt{\pi a} = 1,2 \times 300 \sqrt{\pi \times 0,0005} = 14,27 \text{ MPa.m}^{1/2} \quad (1)$$

On constate que cette valeur est supérieure au seuil de propagation en fatigue d'une fissure dans cet acier ($\Delta K_S = 10 \text{ MPa.m}^{1/2}$). Dès la mise en service du canon, il y aura donc propagation progressive de la fissure à chaque tir du canon.

OUI

(1)

2. Profondeur critique a^* de la fissure entraînant la rupture brutale (apparemment fragile)

Justification :

Le facteur maximum d'intensité de contrainte, associé à cette fissure initiale, est égal à :

$$K = \alpha \sigma_{\max} \sqrt{\pi a}$$

avec $\sigma_{\max} = 300$ MPa (tir du canon)

Quand $K = K_{IC}$, il y a rupture brutale (apparemment fragile) du matériau. On en déduira ainsi la longueur critique

a^* pour laquelle se produira la rupture :

$$a^* = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{IC}}{\alpha \sigma_{\max}} \right)^2 \quad (1)$$

Puisque $\alpha = 1,2$, $\sigma_{\max} = 300$ MPa et $K_{IC} = 125 \text{ MPa.m}^{1/2}$, on obtient ainsi :

$$a^* = 38,4 \text{ mm}$$

(1)

3. Rapport R du chargement en fatigue

Justification :

Par définition, $R = \sigma_{\min}/\sigma_{\max}$.

1

Puisque $\sigma_{\max} = 300$ MPa (tir du canon) et $\sigma_{\min} = 0$ (canon au repos), la valeur de R est égale à 0 (zéro).

$$R = 0$$

1

4. Durée de vie du en fatigue du fût du canon

Justification :

Relation de Paris : $da/dN = C\Delta K^n$ (1)

Variation du facteur d'intensité de contrainte ΔK : $\Delta K = \alpha\Delta\sigma\sqrt{\pi a} = \alpha\sigma_{\max}\sqrt{\pi a}$ (2)

En combinant les éq. (1) et (2) et en séparant les variables a et N, on obtient :

$$dN = \frac{1}{B} \frac{da}{a^{n/2}} \quad \text{avec} \quad B = C(\alpha\sigma_{\max}\sqrt{\pi})^n = \text{constante} \quad (3a \text{ et } 3b)$$

Par intégration de l'éq. 3a, on obtient le nombre N de cycles requis pour que la profondeur de la fissure passe de sa valeur initiale $a_0 = 0,5$ mm à sa valeur finale critique $a^* = 38,4$ mm :

$$[N]_{a_0}^{a^*} = \frac{1}{B} \int_{a_0}^{a^*} a^{-n/2} da = \frac{2}{(2-n)B} [a^{1-n/2}]_{a_0}^{a^*} = \frac{2}{(2-n)B} [(a^*)^{1-n/2} - (a_0)^{1-n/2}] \quad (4)$$

Ici, l'exposant de Paris n est égal à 2,5, donc $n/2 = 1,25$. La constante C est égale à 8×10^{-11} . Avec les valeurs numériques données, on obtient ainsi :

$$B = C(\alpha\sigma_{\max}\sqrt{\pi})^n = 8 \times 10^{-11} (1,2 \times 300 \sqrt{\pi})^{2,5} = 8,228 \times 10^{-4}$$

N=21528 cycles

Puisqu'il y a 10 tirs de canon par jour, donc 10 cycles de chargement en fatigue de la fissure par jour, il y aura rupture du fût du canon au bout de 2163 jours si la fissure n'a pas été détectée avant.

Durée = 2152 jours

1