Université Kasdi Merbah - Ouargla

Faculté des sciences appliquées — *Année Universitaire : 2018/2019*

Département de génie mécanique — *Niveau : 2ème Année License*

Responsable de la matière : Saidane Hadda — *Durée : 1h 30mn*

Corrigé type d'*Examen de Probabilités et Statistique*

CORRECTION EX01

1/ Le nombre de résultats possibles :
On utilise arrangement avec répétition

0,5 0,5 0,5

$$A_6^5 = 6^5 = 7776 \text{ résultats}$$

2/ Le nombre de résultats possibles d'avoir cinq chiffres différents :
On utilise arrangement sans répétition :

0,5 0,5 0,5

$$A_6^5 = \frac{6!}{(6-5)!} = 6! = 720 \text{ résultats}$$

3/ Le nombre de résultats possibles d'avoir trois fois un même chiffre "x" et deux fois un même chiffre "y" avec $x \neq y$:
On utilise Arrangement sans répétition puis permutation avec répétition :

0,25 0,25 0,25 0,25

$$\begin{aligned} A_6^2 \times P_5^{(2,3)} &= \frac{6!}{(6-2)!} \times \frac{5!}{2! \times 3!} \\ &= \frac{6!}{4!} \times \frac{5!}{2! \times 3!} \\ &= \frac{720}{24} \times \frac{120}{2 \times 6} \\ &= 300 \text{ résultats} \end{aligned}$$

0,25 0,25 0,5

CORRECTOION EX02

On note par
$b = \{$empoule de bon fonctionnement$\}$ 0,25
$\overline{b} = \{$empoule tombée en panne$\}$ 0,25
On a

$$P(T_1) = 0.6 \quad et \quad P(\overline{b}/T_1) = 1 - P(b/T_1) = 1 - 0.9 = 0.1$$

$$P(T_2) = 0.3 \qquad P(\overline{b}/T_2) = 1 - P(b/T_2) = 1 - 0.8 = 0.2$$

$$P(T_3) = 0.1 \qquad P(\overline{b}/T_3) = 1 - P(b/T_3) = 1 - 0.5 = 0.5$$

0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25

1/ Calclue la probabilité que l'ampoule soit tombée en panne :

On applique la formule de la probabilité totale : $P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(B \setminus A_i)P(A_i)$ 0,1

Donc,

$$P(\bar{b}) = P(\bar{b}/T_1)P(T_1) + P(\bar{b}/T_2)P(T_2) + P(\bar{b}/T_2)P(T_2) \quad 0,1$$
$$= 0.1 \times 0.6 + 0.2 \times 0.3 + 0.5 \times 0.1 = 0.17 \quad 0,1$$

0,1

2/ Si elle est tombée en panne, quelle est la probabilité qu'elle soit du type T_2
On applique la formule de Bays :

$$\begin{aligned} P(A_k/B) &= \frac{P(B/A_k)P(A_k)}{P(B)} \quad 0,1 \\ &= \frac{P(B/A_k)P(A_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(B/A_i)P(A_i)}, \quad i = 1, ..., n \end{aligned}$$

Donc,

$$\begin{aligned} P(T_1/\bar{b}) &= \frac{P(\bar{b}/T_2)P(T_2)}{P(\bar{b})} \quad 0,1 \\ &= \frac{0.2 \times 0.3}{0.1 \times 0.6 + 0.2 \times 0.3 + 0.5 \times 0.1} \quad 0,1 \\ &= \frac{0.06}{0.17} \quad 0,1 \\ &= 0.35294 \quad 0,1 \end{aligned}$$

CORRECTION EX03

1/ Déterminer la variable statistique étudiée et son type.
-Variable statistique : les vitesses (km/h). 0,25
-Type : Quantitative continue. 0,25

2/ Déterminer le tableau statistique en fonction des effectifs, des effectifs cumulés croissants et décroissants :

Classe	x_i	n_i	$N\nearrow$	$N\swarrow$
[90, 100[	95	6	6	60
[100, 110[	105	8	14	54
[110, 120[	115	11	25	46
[120, 130[	125	16	41	35
[130, 140[	135	10	51	19
[140, 150[	145	7	58	9
[150, 160[	155	2	60	2
$\sum$	/	60	/	/

0,25 x8 = 02

3/ Calculer la moyenne, la variance et l'écart-type.

La moyenne

On a :

$$\begin{aligned}
\overline{X} &= \frac{1}{n}\sum n_i x_i \qquad \text{0,25}\\
&= \frac{1}{60}(95\times 6+105\times 8+115\times 11+125\times 16+135\times 10+145\times 7+155\times 2) \qquad \text{0,25}\\
&= \frac{1}{60}(7350) \qquad \text{0,25}\\
&= 122.5 \qquad \text{0,25}
\end{aligned}$$

La variance

On a

$$\begin{aligned}
V(X) &= \frac{1}{n}\sum n_i x_i^2 - \overline{X}^2 \qquad \text{0,25}\\
&= \frac{1}{60}(95^2\times 6+105^2\times 8+115^2\times 11+125^2\times 16+135^2\times 10+145^2\times 7+155^2\times 2)-(122.5)^2 \qquad \text{0,25}\\
&= \frac{1}{60}(915300) - 15006.25 \qquad \text{0,25}\\
&= 248.75 \qquad \text{0,25}
\end{aligned}$$

L'écart-type

On a

$$\begin{aligned}
\sigma(X) &= \sqrt{V(X)} \qquad \text{0,25}\\
&= 15.77181 \qquad \text{0,25}
\end{aligned}$$

4/ Déterminer la médiane (Me) graphiquement et par le calcul.

a/ Par le calcul

$$Me = X_j + \frac{\frac{n}{2} - N^{\nearrow}_{me-1}}{N^{\nearrow}_{me} - N^{\nearrow}_{me-1}} L_i \qquad \text{0,25}$$

où

X_j : la borne inférieure de la classe médiane;

$N^{\nearrow}_{med-1}$: l'effectif cumulé de la classe qui précède la classe médiane;

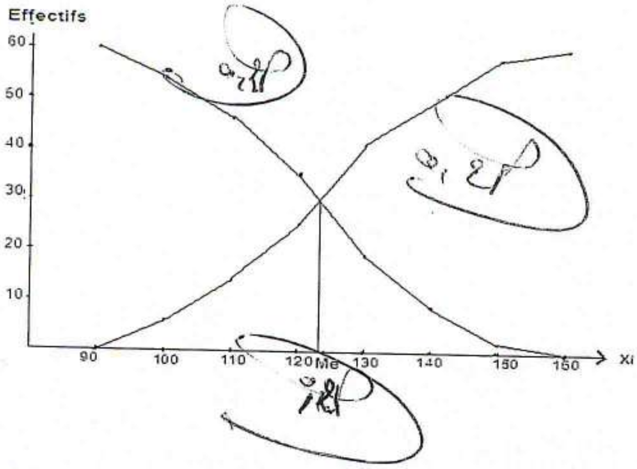
$N^{\nearrow}_{med}$: l'effectif cumulé de la classe qui précède la classe médiane;

L_i : la largeur de la classe médiane.

On a, $\frac{60}{2} = 30 \in [25, 41]$,

Donc la classe médiane est $[120, 130[$ (c.à.d $Me \in [120, 130[$), donc 0,25

$$\begin{aligned}
Me &= 120 + \frac{\frac{60}{2} - 25}{41-25}(130-120) \qquad \text{0,25}\\
&= 120 + \frac{5}{16}10\\
&= 120 + 3.125\\
&= 123.125 \qquad \text{0,25}
\end{aligned}$$



b/ Graphiquement

5/ Calculer le $3^{ème}$ quartile :

$3^{ème}$ quartile $(\frac{3n}{4} = \frac{3 \times 60}{4} = 45 \in [41, 51])$ 0,25

Donc $Q_{\frac{3n}{4}} \in [130, 140[$ 0,25

$$\begin{aligned} Q_3 &= X_j + \frac{\frac{3n}{4} - N^{\nearrow}_{Q_1-1}}{N^{\nearrow}_{Q_1} - N^{\nearrow}_{Q_1-1}} L_i \\ &= 130 + \frac{45 - 41}{51 - 41}(140 - 130) \\ &= 130 + \frac{4}{10} 10 = 130 + 4 \\ &= 134 \end{aligned}$$

0,25

0,25

0,25