Université Kasdi Merbah Ouargla
Faculté des Sciences Appliquées
Département Génie Mécanique

جامعة قاصدي مرباح ورقلـة
كلية العلوم التطبقية
قسم الهندسة الميكانيكية

Ouargla le : 14/01/2019
Spécialité: 3 ème LEn
Examen du Module : Transfert de chaleur I
Durée: 01h30

Question de cours (6pts)

A partir de l'équation de la barre, trouver les expressions du **profil de température**, du **flux de chaleur dissipé** et le **rendement** d'une ailette **très longue** de conductivité $\boldsymbol{\lambda}$ encastrée dans une surface chaude de température $\mathbf{T_0}$ entourée par un fluide de température $\mathbf{T_\infty}$.

Exercice N° 1 (7pts)

Dans une chaudière, la température des gaz doit être maintenue à $\mathbf{T_i}$**=1300 °C**, la température de l'air à l'extérieur est $\mathbf{T_e}$**=30 °C**. La paroi de la chaudière est composée de **deux couches**, la 1ère d'épaisseur $\mathbf{e_1}$**=250mm** et de $\boldsymbol{\lambda_1}$**=0.28 W/m°C**, et la 2ème d'épaisseur $\mathbf{e_2}$ et de $\boldsymbol{\lambda_2}$**=0.113 W/m°C**. Les coefficients de convection à l'intérieur est $\mathbf{h_i}$**=30 W/m² °C** et à l'extérieur $\mathbf{h_e}$**=10 W/m² °C**. Quelle est l'épaisseur $\mathbf{e_2}$ nécessaire pour maintenir des pertes de chaleur inférieures à **750W/m²** ?

Exercice N° 2 (7pts)

Soit un bâtonnet ayant un diamètre extérieur de **2.5 cm** et dans lequel la chaleur est générée intérieurement selon l'équation :

$$\dot{q} = q_1 \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$$

$\dot{q}$ est la quantité de chaleur engendrée par unité de volume en un point situé à la distance r du centre, R est le rayon du bâtonnet et q_1 la quantité de chaleur engendrée par unité de volume dans l'axe du bâtonnet.

La quantité de chaleur totale quittant la surface est uniforme le long du bâtonnet et vaut **1.58 10⁶ W/m²**. Calculer **la chute de température** existant entre le **centre** ($\boldsymbol{r = 0}$) de ce bâtonnet et sa surface ($\boldsymbol{r = R}$) ; la conduction thermique du bâtonnet est de **31.9 W/m.°C**.

Bon courage ☺

S. Rahmouni

Question de cours 2

Exo 1

Equation de la barre :

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - w^2\theta = 0$$

avec $w^2 = \frac{hP}{\lambda S}$

et $\theta = T - T_\infty$

pour une ailette longue la solution est :

$$\theta(x) = A e^{wx} + B e^{-wx}$$

les conditions aux limites

à $x = 0$ $\theta(0) = T_0 - T_\infty$ ...(1)

à $x = L$ $\theta(L) = 0$ ...(2)

ou bien

à $x = 0$ $T(0) = T_0$

à $x = L$ $T(L) = T_\infty$

(1) $\Rightarrow A + B = T_0 - T_\infty$

(2) $\Rightarrow A e^{wL} + B e^{-wL} = 0$

cette condition sera satisfaite par la fonction e^{-wx} et non e^{wx}, donc :

$$\begin{cases} A = 0 \\ B = T_0 - T_\infty \end{cases}$$

et le profil s'écrit :

$$\boxed{\frac{T(x) - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = e^{-wx}}$$

* le flux de chaleur dissipé :

$$\varphi_p = \varphi_{conduction} \quad (x = 0)$$

$$\varphi_c\big|_{x=0} = -\lambda S \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=0}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = -w(T_0 - T_\infty)e^{-wx}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=0} = -w(T_0 - T_\infty)$$

$$\boxed{\varphi_c = +w(T_0 - T_\infty)\lambda S}$$

$$\boxed{\varphi_c = \sqrt{hP\lambda S}\,(T_0 - T_\infty)}$$

le rendement : $\eta = \frac{\varphi}{\varphi_{max}}$

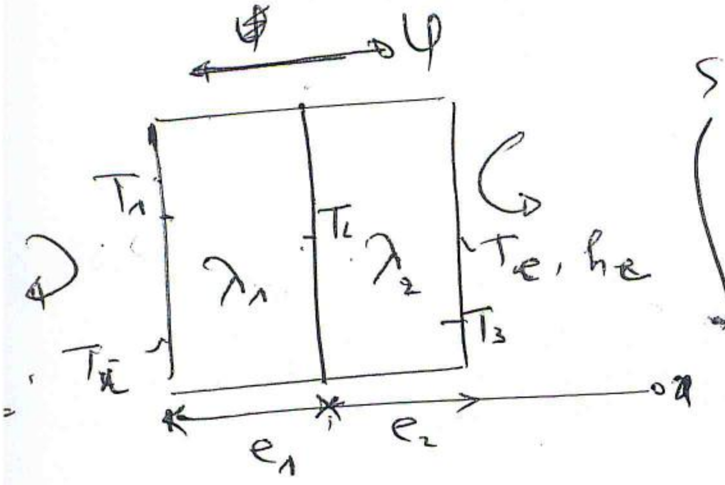
$$\varphi_{max} = hPL(T_0 - T_\infty)$$

$$\eta = \frac{h^{1/2} P^{1/2} \lambda^{1/2} S^{1/2} (T_0 - T_\infty)}{hPL(T_0 - T_\infty)}$$

$$\eta = \frac{h^{-1/2} P^{-1/2} \lambda^{1/2} S^{1/2}}{L}$$

$$\boxed{\eta = \frac{1}{wL}}$$

Exo 1



$\phi \leq 750 \; W/m^2$

On a $\phi = \frac{\lambda_2}{e_2}(T_2 - T_3)$

$\Rightarrow \boxed{e_2 = \frac{\lambda_2}{\phi}(T_2 - T_3)}$

on doit calculer T_2 et T_3

on a $\phi = h_i(T_i - T_1)$

$\Rightarrow T_1 = T_i - \frac{\phi}{h_i}$

$= 1300 - \frac{750}{30}$

$\boxed{T_1 = 1275°C}$

et $\phi = \frac{\lambda_1}{e_1}(T_1 - T_2)$

$\Rightarrow T_2 = T_1 - \frac{e_1}{\lambda_1}\phi$

$= 1275 - \frac{0{,}25}{0{,}28} \times 750$

$\boxed{T_2 = 605{,}35°C}$

et $\phi = \frac{\lambda_2}{e_2}(T_2 - T_3)$

on a aussi $\phi = h_e(T_3 - T_e)$

$\Rightarrow T_3 = T_e + \frac{\phi}{h_e}$

$= 30 + \frac{750}{10}$

$\boxed{T_3 = 105°C}$

donc

$e_2 = \frac{0{,}113}{750}(605{,}35 - 105)$

$\boxed{e_2 = 0{,}075 \; m}$

Exo 22

$$\dot{q} = q_1\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$$

le profil de T^m d'une sphère avec source de chaleur est :

$$\Delta T + \frac{\dot{q}}{\lambda} = 0$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{q_1\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]}{\lambda} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) = -\frac{q_1 r}{\lambda} + \frac{q_1 r^3}{\lambda R^2}$$

$$r\frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{q_1 r^2}{2\lambda} + \frac{q_1 r^4}{4\lambda R^2} + C_1$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{q_1 r}{2\lambda} + \frac{q_1 r^3}{4\lambda R^2} + \frac{C_1}{r}$$

$$T(r) = -\frac{q_1 r^2}{4\lambda} + \frac{q_1 r^4}{16\lambda R^2} + C_1 \ln r + C_2$$

on cherche

$$\Delta T = T(R) - T(0)$$

$$T(R) = -\frac{q_1 R^2}{4\lambda} + \frac{q_1 R^4}{16\lambda R^2} + C_1 \ln R + C_2$$

$$T(0) = C_2$$

$$T(R) - T(0) = \frac{-q_1 R^2}{4\lambda} + \frac{q_1 R^2}{16\lambda} + C_1 \ln R$$

$$T(R) - T(0) = -\frac{3 q_1 R^2}{16\lambda} + C_1 \ln R$$

$C_1 = ??$

à $r = 0$ $\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \Rightarrow$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=0} = \frac{C_1}{r} = 0 \Rightarrow \boxed{C_1 = 0}$$

$$\boxed{T(R) - T(0) = -\frac{3 q_1 R^2}{16\lambda}}$$

on doit trouver q_1??

à $r = R$, $-\lambda \left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_R = \varphi_T$

$$-\cancel{\lambda}\left(\frac{q_1 R}{2\cancel{\lambda}} + \frac{q_1 R^3}{4\cancel{\lambda} R^2}\right) = \varphi_T$$

$$\varphi_T = -\frac{2 q_1 R}{4} + \frac{q_1 R}{4}$$

$$\varphi_T = -\frac{3 q_1 R}{4}$$

$$\Rightarrow q_1 = -\frac{4\varphi_T}{3R}$$

$$\Delta T = -\frac{\cancel{3} R^2}{16\lambda} \times \left(-\frac{4\varphi_T}{\cancel{3}\cancel{R}}\right)$$

$$\boxed{\Delta T = \frac{\varphi_T R}{4\lambda}}$$

$$\Delta T = \frac{1{,}58\,10^6 \times 0{,}025}{4 \times 31{,}9}$$

$$\boxed{\Delta T = 309{,}56\ °C}$$